Négociation de Ressources et Maximisation de Bien-être Social

A. Nongaillard*† P. Mathieu*
antoine.nongaillard@lifl.fr philippe.mathieu@lifl.fr

* Univ Lille Nord de France, F-59000 Lille, France
USTL, LIFL, F-59650 Villeneuve d'Ascq, France

† Computer Science and Software Engineering
Concordia University
H3G1M8 Montreal, Québec – CANADA

Résumé :
Résoudre un problème d'allocation de ressources au sein d'une communauté d'agents par une approche centralisée possède des inconvénients importants pouvant rendre la solution trouvée inapplicable en pratique. Nous proposons dans ce papier une approche adaptative et "anytime" qui évite les inconvénients des approches centralisées. Cette approche distribuée peut s'appuyer sur n'importe quel genre de réseau d'accointances, utiliser n'importe quelle valeur d'utilité, et permet maximiser trois des notions les plus importantes de la théorie du bien-être social. Pour chacune de ces notions, nous montrons qu'il existe un comportement simple menant le processus de négociation à une allocation socialement optimale par un phénomène d'émergence, ou à une allocation socialement très proche le cas échéant.

Mots-clés : Allocation de ressources, émergence, algorithme distribué

Abstract:
Centralized approaches have several important drawbacks when employed to solve the resource allocation problem within an agent community. This paper seeks to provide scalable and distributed algorithms to solve this problem, avoiding centralized approach drawbacks. We propose adaptive and "anytime" algorithms which can be applied with any kind of contact network, any range for the utility values, and for the most important social welfare notions. In that purpose, we study various agent behaviors. In each case, we show that there exists a simple behavior which leads the negotiation process to a socially optimal allocation as an emergent phenomenon, or to a socially close allocation if the need arises.

Keywords: Resource allocation, emergence, distributed algorithm

1 Introduction

Le problème d'allocation de ressources est étudié depuis longtemps, aussi bien de manière centralisée que de manière distribuée. Les approches centralisées abordent le problème d'allocation de ressources comme un problème d'optimisation. Dans ces études, le but est de déterminer l'allocation qui maximise la fonction objectif considérée, pour ensuite allouer les ressources de manière adéquate. Les agents reportent leurs préférences sur les ressources à une entité extérieure, à la manière d'un commissaire-priseur, qui détermine alors l'allocation de ressources optimale [9]. Différents auteurs suggèrent des modèles de transactions pour des types d'enchères donnés [4, 22]. Ces approches centralisées ont cependant d'importants inconvénients. D'abord, une connaissance totale de l'ensemble des informations est requise, alors que de nos jours, les gens acceptent de moins en moins de révéler leurs informations personnelles. Ces approches centralisées déterminent la meilleure allocation et allouent les ressources en conséquence, sans jamais se préoccuper de la séquence de transactions nécessaire y amenant. Implicitement, ces études centralisées font l'hypothèse qu'un agent est capable de communiquer avec tous les autres agents du système. Cette hypothèse n'est pas réaliste dans la plupart des applications. De plus, l'allocation fournie peut ne pas être atteignable en pratique par des échanges bilatéraux. Les approches centralisées manquent également d'adaptabilité : une petite variation dans les données, comme par exemple un nouvel agent qui entre dans le système, mène à un redémarrage du processus de résolution. Enfin, de cette manière, seuls des problèmes de petite taille peuvent être résolus.

D'autres approches se basent sur la notion d'agent [14, 24], et résolvent le problème par des processus de négociations distribués. Dans de tels cas, l'allocation de ressources initiale évolue grâce à des négociations locales entre les agents, sans que le problème global d'optimisation ne soit jamais considéré. Des études mathématiques ont été réalisées, étudiant les différentes classes de transactions et les différents types d'optima locaux, et établissant des théorèmes sur l'existence ou non de séquences de transactions menant jusqu'à une allocation optimale [21]. Ces classes de transactions ont été évalué dans [2] mais seulement sur des systèmes de faible taille. Ces travaux ont ensuite été étendu dans [11] qui se focalise sur les longueurs des séquences de transactions. Cependant, les auteurs ont toujours considérés des possibilités de communication complètes. L'expression et la représentation des préférences des agents ont été étudiées [10], ainsi que les classes de fonctions d'utilité ou les fonctions de paiement ont été étudiées afin de concevoir des processus de négociation qui convergent [8], de même que les critères d'acceptabilité et les propriétés des transactions [12]. En revanche, ces études se focalisent sur une notions particulière du bien-être social, et ne fournissent pas explicitement de processus de négociation. Des comportements d'agents ont aussi été définis, des conditions de négociations favorisant les transactions équitables ont été identifiées [13] et l'absence d'envie durant les processus de négociation a été étudiée [6, 7]. Ces études identifient des conditions menant en théorie les processus de négociation à des allocations optimales, elles ne peuvent pas montrer un chemin de transactions acceptables. Des protocoles de négociations ont été conçus [20], mais toujours sous l'hypothèse de possibilités de communication totales. Dans chacune des ces études, les possibilités de communication des agents sont supposées totales.

Dans cette étude, nous introduisons donc la notion de réseau d'accointances. Un tel graphe représente les relations entre les agents et définit donc leurs possibilités de communication. Ce réseau d'accointances peut correspondre à n'importe quel genre de graphe connexe, allant des graphes complets aux graphes petit-monde [23, 1], incluant les graphes structurés comme les arbres, les anneaux ou les grilles. Nous cherchons à concevoir le comportement individuel le plus simple et le plus efficace selon le rasoir d'Occam afin de favoriser les performances de notre approche. Nous considérons trois des notions les plus importantes de la théorie du bien-être social : le bien-être utilitaire, le bien-être égalitaire et le produit de Nash. Pour chacune de ces notions, nous voulons définir le comportement des agents menant un processus de négociation à une allocation optimale par un phénomène d'émergence, et basé sur n'importe quel genre de réseau d'accointances. Les approches centralisées sont les seules avec qui nous pouvons nous comparer, mais elles n'ont aucun des avantages de notre approche, à savoir la dynamicité, l'évolution du réseau d'accointances, et l'identification d'une séquence de transactions menant à un optimum. Les solutions centralisées n'ont pas de réel intérêt dans la résolution de ce problème et ne sont utilisé qu'à titre de comparaison.

La section 2 décrit une solution centralisée pour chacun des bien-êtres sociaux considérés. Ensuite, la section 3 présente les caractéristiques de l'approche distribuée et discute également les problèmes relatifs à l'évaluation d'un processus de négociation. Enfin, les sections 4, 5 et 6 présentent successivement les résultats obtenus pour chacune des notions du bien-être social considérées ainsi qu'un comportement efficace.

1.1 Notations

Soit $\mathcal{P} = \{a_1, \ldots, a_n\}$ une population d'agents et $\mathcal{R} = \{r_1, \ldots, r_m\}$ un ensemble de ressources supposées indivisibles. Chaque agent a de la population possède un ensemble de voisins $\mathcal{N}_a$, ainsi qu'un panier de m_a ressources $\mathcal{R}_a$. Une allocation de ressources est un partitionnement de toutes les ressources de $\mathcal{R}$ parmi les agents de la population $\mathcal{P}$. Notons $\mathcal{A}$ l'ensemble de toutes les allocations de ressources possibles. Une allocation peut être décrite en utilisant l'ensemble des ressources possédé par chaque agent :

$$A = [\mathcal{R}_1, \ldots, \mathcal{R}_n].$$

Les préférences des agents sont exprimées par le biais d'une fonction d'utilité :

$$u_a : \mathcal{R} \rightarrow \mathbb{R}, \qquad a \in \mathcal{P}.$$

Cette fonction est supposée normalisée et additive [18]. Les propriétés suivantes doivent donc être satisfaites :

$$\begin{aligned} \text{normalisée} \Leftrightarrow \quad u_a(\emptyset) &= 0, & a \in \mathcal{P} \\ \text{1-additive} \Leftrightarrow \; u_a(\mathcal{R}_a) &= \sum_{r \in \mathcal{R}_a} u_a(r), & a \in \mathcal{P} \end{aligned}$$

Dans certains travaux, les paiements compensatoires sont parfois autorisés durant les négociations. Cependant, même si l'emploi de l'argent est toujours contraint (pas de création d'argent durant une transaction), le budget des agents n'est bien souvent pas limité, ce qui n'est pas une hypothèse réaliste. Sans cette limite de budget, il est relativement facile d'assurer artificiellement n'importe quel critère d'acceptabilité, mais avec celle-ci, il n'est plus possible d'assurer qu'une allocation socialement optimale est atteignable. Les questions relatives aux paiements compensatoires vont au-delà du sujet de cette étude et ne seront donc pas considérées par la suite.

1.2 Le bien-être social

La théorie du bien-être social (*social welfare*) est utilisée pour évaluer un système multi-agent dans son ensemble [3, 19]. Dans cette étude, trois des notions principales de la théorie du bien-être social sont considérées.

Tout d'abord, considérons le bien-être social utilitaire. Celui-ci est facilement calculable et correspond à la notion la plus utilisée dans la littérature. Le bien-être de toute la société est considéré, sans prise en compte du bien-être individuel.

Définition 1 (Bien-être utilitaire)**.** Le bien-être utilitaire d'une allocation de ressource A, noté $sw_u(A)$, est la somme de l'utilité de tous les agents :

$$sw_u(A) = \sum_{a \in \mathcal{P}} u_a(\mathcal{R}_a).$$

A l'opposé, le bien-être égalitaire se focalise uniquement sur le bien-être individuel. Il est souvent employé pour réduire les inégalités au sein d'une population.

Définition 2 (Bien-être égalitaire)**.** Le bien-être égalitaire d'une allocation de ressources, A, noté $sw_e(A)$, correspond à l'utilité de l'agent le plus pauvre :

$$sw_e(A) = \min_{a \in \mathcal{P}} u_a(\mathcal{R}_a).$$

Enfin, le produit de Nash peut être vu comme un compromis entre les bien-êtres utilitaire et égalitaire. En dépit de ses qualités, cette notion est rarement employée du fait de sa non linéarité et du manque de méthode efficace.

Définition 3 (Produit de Nash)**.** Le produit de Nash d'une allocation de ressources A, noté $sw_N(A)$, correspond au produit de l'utilité de tous les agents :

$$sw_N(A) = \prod_{a \in \mathcal{P}} u_a(\mathcal{R}_a).$$

Exemple 1. Afin d'illustrer la différence entre ces notions et leurs impacts sur la distribution des ressources, considérons une population de trois agents $\mathcal{P} = \{a_1, a_2, a_3\}$ ainsi qu'un ensemble de six ressources, $\mathcal{R} = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6\}$. Les préférences de chaque agent sont exprimées au moyen d'une fonction d'utilité, décrite dans la table 1.

Pour chacune des notions de bien-être considérées, la valeur sociale optimale et une allocation de ressources correspondante sont présentées dans le tableau 2.

TAB. 1 – Préférences des agents

Ressources	Agents		
	a_1	a_2	a_3
r_1	10	6	1
r_2	7	10	2
r_3	10	3	1
r_4	9	4	2
r_5	2	8	1
r_6	1	6	3

TAB. 2 – Valeur sociale optimale

Bien-être social	Valeur	Allocation de ressources
sw_u	53	$[\{r_1, r_3, r_4\}\{r_2, r_5, r_6\}\{\}]$
sw_e	6	$[\{r_1\}\{r_5\}\{r_2, r_3, r_4, r_6\}]$
sw_N	1800	$[\{r_1, r_3\}\{r_2, r_5\}\{r_4, r_6\}]$

Ces notions de bien-être ont des conséquences différentes sur la distribution des ressources parmi les agents de la population. Par exemple, dans le cas du bien-être utilitaire, une allocation socialement optimale peut complètement négliger un agent, a_3 en l'occurrence, et ne pas lui fournir la moindre ressource. Une telle situation survient en particulier lorsque pour chacune des ressources, il existe un autre agent qui y associe une plus grande valeur d'utilité. Le bien-être égalitaire n'a pas cet inconvénient puisqu'un si un des agents n'a pas de ressources, la valeur du bien-être égalitaire sera nulle. Ainsi, si pour chaque agent il existe au moins une ressource distincte dont l'utilité associée n'est pas nulle, chaque agent peut obtenir une ressource. Cependant, un agent peut drainer les ressources si il a de "faibles préférences" comme l'agent a_3. La distribution des ressources au sein de l'allocation finale peut alors être très inégale. Le produit de Nash maximise l'utilité globale tout en favorisant une réduction des inégalités. Cela peut mener à des allocations de ressources plus équilibrées, tout en évitant de négliger un agent et le drainage des ressources. Cette dernière notion ne peut toutefois être utilisée que lorsque les valeurs d'utilité sont strictement positives.

2 Les approches centralisées

Le problème d'allocation de ressources peut être bien évidemment résolu à l'aide d'algorithmes centralisés, quelque soit la notion de bien-être social considérée. De telles approches allouent simplement les ressources tout en maximisant la fonction sociale, mais ne prennent pas en considération la séquence de transactions nécessaire pour y arriver, font l'hypothèse d'un réseau d'accointances complet et ne sont pas dynamique. La valeur sociale donnée par ces approches correspond à un *optimum global*.

Définition 4 (Optimum global)**.** Une allocation de ressources est un *optimum global* si il n'existe pas d'autre allocation de ressources associée à une plus grande valeur de bien-être social. Un optimum global est indépendant des transactions autorisées entre les agents. De plus, une telle valeur sociale est unique, mais peut correspondre à plusieurs allocations de ressources.

Ces approches centralisées sont décrites et utilisées pour que l'on puisse comparer nos négociations distribuées, mais elles n'ont aucun intérêt en elle-même pour la résolution du problème évoqué.

2.1 Cas utilitaire

La maximisation du bien-être utilitaire peut être modélisée par un système d'équations utilisant les variables x_{ra} ($r \in \mathcal{R}, a \in \mathcal{P}$), qui traduisent la possession d'une ressource r par un agent a.

$$sw_u^\star = \begin{cases} \max \sum\limits_{a\in\mathcal{P}} \sum\limits_{r\in\mathcal{R}} u_a(r) x_{ra} \\ \text{s.t. : } \sum\limits_{a\in\mathcal{P}} x_{ra} = 1 \qquad r \in \mathcal{R} \\ \qquad x_{ra} \in \{0,1\} \qquad r \in \mathcal{R}, a \in \mathcal{P}. \end{cases}$$

Une autre méthode plus simple peut également être employée : elle se base sur une propriété que doit satisfaire une allocation utilitaire optimale.

Proposition 1 (Optimum utilitaire et allocation de ressources)**.** Dans une allocation socialement optimale, chaque ressource est allouée à un des agents qui lui associe la plus grande valeur d'utilité lorsque le bien-être utilitaire est considéré,

Démonstration. Faisons une preuve par contradiction. Considérons une allocation A que l'on suppose être un optimum global, et dans laquelle un agent a possède une ressource r. Supposons maintenant qu'un agent $a' \in \mathcal{P} \setminus \{a\}$ associe à r une plus grande valeur d'utilité. Plus formellement :

$$\exists r \in \mathcal{R} \text{ et } a, a' \in \mathcal{P} \quad \text{tels que} \quad u_{a'}(r) > u_a(r).$$

A' correspond à une allocation dans laquelle r est allouée à l'agent a'.

$$\begin{aligned} sw_u(A) &= \sum_{a\in\mathcal{P}} u_a(\mathcal{R}_a) \\ &= u_a(\mathcal{R}_a) + u_{a'}(\mathcal{R}_{a'}) + \ldots \\ &< u_a(\mathcal{R}_a) - u_a(r) + u_{a'}(\mathcal{R}_{a'}) + u_{a'}(r) + \ldots \\ &< sw_u(A'). \end{aligned}$$

Le bien-être utilitaire associé à A' est plus grand que celui associé à A, donc l'allocation A ne peut être un optimum global. Ainsi, toute allocation de ressources n'allouant pas chacune des ressources à l'un des agents lui attribuant la plus grande valeur d'utilité ne sera pas un optimum global. □

Une allocation maximisant le bien-être utilitaire peut être facilement trouvée grâce à l'algorithme 1 de manière triviale : chacune des ressources est allouée à l'agent qui lui associe la plus grande utilité.

Algorithme 1 Algorithme centralisé pour le bien-être utilitaire

pour tout $r \in \mathcal{R}$ **do**
  $a \leftarrow \arg\max\limits_{a\in\mathcal{P}} u_a(r)$
  Allouer r à a
fin pour

2.2 Cas égalitaire

En utilisant les mêmes variables x_{ra} ($r \in \mathcal{R}, a \in \mathcal{P}$) traduisant la possession d'une ressource r par un agent a, la maximisation du bien-être égalitaire correspond au système suivant :

$$sw_e^\star = \begin{cases} \max \min\limits_{a\in\mathcal{P}} \sum\limits_{r\in\mathcal{R}} u_a(r) x_{ra} \\ \text{s.t. : } \sum\limits_{a\in\mathcal{P}} x_{ra} = 1 \qquad r \in \mathcal{R} \\ \qquad x_{ra} \in \{0,1\} \qquad r \in \mathcal{R}, a \in \mathcal{P}. \end{cases}$$

Ce programme linéaire peut se résoudre de manière exacte en utilisant un logiciel tel que CPLEX[17] si les agents acceptent de divulguer leurs informations personnelles. En revanche, cette méthode n'est pas applicable pour les grands jeux de données.

2.3 Cas du produit de Nash

La maximisation du produit de Nash peut se formuler au moyen d'un système d'équations similaires utilisant les mêmes variables x_{ra} ($r \in \mathcal{R}, a \in \mathcal{P}$).

$$sw^{\star}_{N} = \begin{cases} \max \prod_{a \in \mathcal{P}} \sum_{r \in \mathcal{R}} u_a(r) x_{ra} \\ \text{s.t. : } \sum_{a \in \mathcal{P}} x_{ra} = 1 \qquad r \in \mathcal{R} \\ \qquad x_{ra} \in \{0,1\} \quad r \in \mathcal{R}, a \in \mathcal{P}. \end{cases}$$

La fonction objectif d'un tel problème n'est ni linéaire, ni convexe, ni concave. Théoriquement, une estimation peut être faite grâce à une combinaison de méthodes mathématiques. Une relaxation *Lagrangienne* [15] combinée à un algorithme à départs multiples [16] peuvent être employés. Initialiser l'algorithme à partir de solutions initiales différentes évite parfois les optima locaux quand la fonction considérée n'est pas convexe. De plus, puisque les ressources ne sont pas divisibles, une solution entière doit encore être trouvée. En effet, la relaxation transforme l'intervalle discret $\{0, 1\}$ des valeurs des variables, en un intervalle discret $[0, 1]$. Dans ce but, un algorithme de *branch-and-bound* doit être utilisé, guidé par les valeurs fournies par la solution relaxée.

Une telle méthode ne peut garantir le caractère optimal de l'allocation obtenue tout en étant extrêmement gourmande en temps de calcul. Cela est du à la combinaison du caractère non-linéaire de la fonction objectif et de la taille exponentielle de l'espace des solutions. Par exemple, résoudre un simple système avec 25 agents est équivalent à optimiser une somme de produits ayant 25 facteurs chacun.

Puisque cette méthode n'est pas utilisable en pratique, nous avons développé des heuristiques afin d'estimer la valeur sociale optimale. Seule l'heuristique donnant les meilleurs résultats est décrite et utilisée par la suite. Décrite par l'algorithme 2, il se focalise sur la valeur des ressources. La première étape est donc d'allouer chacune des ressources à l'agent lui associant la plus grande utilité. Ensuite, la seconde partie de l'algorithme s'assure que tous les agents aient au moins une ressource. Dans le cas contraire, il recherche parmi les agents ayant au moins deux ressources, la ressource maximisant le produit de leurs utilités.

Algorithme 2 Heuristique centralisée pour le produit de Nash

pour tout $r \in \mathcal{R}$ **do**
  $a \leftarrow \arg\max_{a \in \mathcal{P}} u_a(r)$
  Allouer r à a
fin pour
pour $a \in \mathcal{P}$ tq $m_a = 0$ **do**
  $val \leftarrow 0$
  $r' \leftarrow \emptyset$
  $a'' \leftarrow \emptyset$
  pour $a' \in \mathcal{P}$ tq $m_a > 1$ **do**
    $r' \leftarrow \arg\max_{r \in \mathcal{R}_{a'}} u_a(r') u_{a'}(\mathcal{R}_{a'} \setminus \{r'\})$
    si $val < u_a(r') u_{a'}(\mathcal{R}_{a'} \setminus \{r\})$ **alors**
      $val \leftarrow u_a(r) u_{a'}(\mathcal{R}_{a'} \setminus \{r\})$
      $r \leftarrow r'$
      $a'' \leftarrow a'$
    fin si
    Allouer r à a''
  fin pour
fin pour

3 Négociations distribuées

A l'inverse des approches centralisées, l'allocation de ressources initiale évolue petit à petit grâce à des négociations locales entre les agents jusqu'à ce qu'une allocation émerge, ce qui marque alors la fin du processus de négociation. De telles approches distribuées peuvent prendre en compte les différents aspects du problème comme la confidentialité des informations, ou l'applicabilité des solutions trouvées.

Une transaction $\delta_a(A, A')$, initiée par l'agent a, est habituellement définie par une paire d'allocations de ressources (A, A'), décrivant respectivement l'état du système avant et après cette transaction qui implique un sous-ensemble fini d'agents. En pratique, les agents n'ont pas une vue globale du système multi-agent. Nous supposons donc qu'ils ne connaissent initialement que leurs propres préférences ainsi que la liste de leurs voisins. Ainsi, une transaction doit être définie sur la base d'informations locales seulement. Notons $\mathcal{R}_{a \leftrightarrow a'}$ l'ensemble des ressources échangées entre les agents a et a' durant une transaction.

Définition 5 (Transaction)**.** Une transaction, initiée par l'agent a et impliquant les agents $a', a'', \ldots$, est une liste d'ensembles de ressources échangées entre l'agent initiateur et chacun des agents impliqués.

$$\delta_a = [\mathcal{R}_{a \leftrightarrow a'}, \mathcal{R}_{a \leftrightarrow a''}, \ldots].$$

3.1 Le réseau d'accointances

Contrairement aux approches centralisées où un agent est supposé pouvoir parler à tous les autres agents, les approches centrés sur les agents peuvent prendre en compte les notions de voisinage et de réseau d'accointances. Le voisinage d'un agent a, noté $\mathcal{N}_a$, est la liste des voisins avec lesquels il lui est possible de parler. La plupart des études reposent sur l'hypothèse d'un réseau d'accointances symétrique et complet. Symétrique signifie que si l'agent a connaît l'agent a', alors l'agent a' connaît également l'agent a. Un réseau d'accointances complet signifie qu'un agent peut communiquer avec n'importe quel autre agent du système. Cette hypothèse a des conséquences très importante sur la circulation des ressources et sur la qualité des solutions obtenues, même si elle n'est pas très réaliste au regard de la majorité des applications. Par exemple, dans le cas d'un réseau social, une personne ne connaît qu'un sous-ensemble réduit des membres de la communauté. Dans cette étude, nous considérons que le réseau d'accointances peut être n'importe quel genre de graphe connexe, allant des graphes complets aux graphes petit-monde [1, 5], incluant également les graphes structurés comme les anneaux, les arbres ou les grilles.

Selon le genre de transaction autorisé durant les négociations, un processus qui converge vers une allocation optimale dans le cas d'un réseau d'accointances complet, peut très bien s'arrêter sur une allocation sous-optimale dans le cas d'un réseau d'accointances restreint. La connexité moyenne d'un réseau d'accointances est définie ici comme le nombre moyen de voisins par agent.

3.2 Le critère d'acceptabilité

Dans [21], l'auteur a prouvé qu'il existe toujours une séquence de contrats simples (achat d'une ressource) non rationnels menant à une allocation optimale. Cependant l'existence d'une telle séquence ne signifie pas pour autant l'arrêt du processus de négociation sur un optimum. En effet, les agents doivent décider par eux-mêmes si une transaction est profitable ou non. Sans une conception appropriée, le processus de négociation ne peut s'arrêter. Dans cette étude, des stratégies individuellement rationnelles ont également été évaluées comme dans [21, 8, 13] par exemple, mais celles-ci menaient toujours à des allocations socialement plus faible. Seul le critère le plus efficace sera décrit et présenté ici.

Définition 6 (Agent social)**.** Un agent social est un agent qui n'accepte que les transactions qui augmentent la valeur de la fonction sociale considérée.

Une transaction est sociale quand la valeur de la fonction sociale augmente grâce à elle :

Définition 7 (Transaction sociale)**.** Une transaction, δ, qui change une allocation de ressources initiale A en une nouvelle A', est sociale quand : $sw(A') > sw(A)$.

En pratique, déterminer la valeur de la fonction de bien-être social nécessite des informations sur tous les agents. Cependant, de telles informations ne sont pas disponibles localement dans les systèmes distribués. Néanmoins, il est possible de déterminer l'évolution de cette valeur sociale sur la base d'informations locales. Seul un nombre fini d'agents est impliqué lors d'une transaction donnée, nous pouvons donc considérer tout ceux qui ne sont pas impliqués comme des constantes. Par exemple, appliqué au bien-être utilitaire, une transaction est sociale lorsque la relation suivante est satisfaite :

$$u_a(\mathcal{R}'_a) + u_{a'}(\mathcal{R}'_{a'}) > u_a(\mathcal{R}_a) + u_{a'}(\mathcal{R}_{a'})$$

où $a, a' \in \mathcal{P}$ sont les deux agents impliqués, $\mathcal{R}_a, \mathcal{R}_{a'}$ les paniers de ressources des agents avant la transaction, et $\mathcal{R}'_a, \mathcal{R}'_{a'}$ les paniers après coup.

3.3 Transactions

Cherchons maintenant à définir le meilleur comportement individuel, en respectant le principe du rasoir d'Occam. Dans ce but, seules les transactions bilatérales seront considérées, i.e., les transactions n'impliquant que deux agents simultanément. Trois transactions bilatérales de base peuvent être définies, les autres transactions n'étant que des combinaisons de ces trois transactions de base. Dans chaque cas, la transaction est initiée par l'agent a, qui implique un de ses voisins a'. Chacun d'eux possède respectivement m_a et $m_{a'}$ ressources dans leurs paniers.

Considérons tout d'abord, le *don*. L'agent initiateur a peut donner une unique ressource à son voisin a'. Seulement m_a dons sont possibles entre eux.

Ensuite, considérons l'*échange*. Chacun des agents fournit une ressource unique. C'est une transaction symétrique : le nombre de ressources par agent ne varie pas. Par conséquent, une solution optimale ne peut être atteinte que si l'allocation initiale et au moins une des allocations optimales ont une distribution des ressources similaires. $m_a \times m_{a'}$ échanges sont possibles entre ces deux agents.

Enfin, considérons l'*échange groupé* (EG). Chacun des agents peut fournir un sous-ensemble de son panier de ressources. Contrairement à l'échange, l'échange groupé peut être asymétrique et contient les deux transactions précédentes. $2^{m_a+m_{a'}}$ échanges groupés sont possibles entre les agents a et a'. Notons qu'il est possible d'implémenter cette transaction plus efficacement à l'aide d'un programme linéaire par exemple. Mais une telle implémentation requiert alors la centralisation d'information de tout le voisinage, alors que cela va à l'encontre de notre objectif premier.

Quatre stratégies de négociation sont comparées durant les expérimentations des sections 4, 5 et 6 : trois stratégies "pures" utilisant chacune uniquement une des transactions définies précédemment, et une stratégie "mixte", l'échange+don (E+D) dans laquelle l'agent initiateur essaie tout d'abord de trouver un échange acceptable, puis un don acceptable le cas échéant.

3.4 Comportement d'agent

Les négociations peuvent être réalisées de différentes manières. En effet, lors d'une négociation initiée par l'agent a, il arrive que le participant a' rejette l'offre. Trois alternatives sont alors envisageables pour l'agent initiateur :

– il abandonne et met simplement fin à la négociation
– il change le voisin impliqué
– il change la ressource proposée.

Divers comportements ont été conçus, implémentés et évalués. Dans chacun des ces cas, nous avons néanmoins supposé que chaque agent essaie en premier lieu de donner sa ressource de plus faible utilité. Seul le comportement menant aux meilleurs résultats, décrit dans l'algorithme 3, est présenté dans la suite.

Ce comportement est fugace et volatile, i.e que l'agent initiateur peut aussi bien changer le voisin impliqué que la ressource qu'il propose. Un tel comportement est "complet" : selon les transactions autorisées, si une transaction acceptable existe dans son voisinage, l'agent initiateur l'identifiera. Cependant, cette complétude me-

Algorithme 3 Comportement fugace et volatile de l'agent initiateur a

Tri de son ensemble de ressources $\mathcal{R}_a$
pour tout $r \in \mathcal{R}_a$ **do**
    pour tout $a' \in \mathcal{N}_a$ **do**
        si TEST **alors** // *δ_a est acceptable ?*
            APPLIQUER // *effectuer δ_a*
            Mettre fin à la négociation
        fin si
    fin pour
fin pour

nant à de meilleurs résultats a un coût. L'évaluation d'un processus de négociation et des comportements ne sont pas des choses évidentes, et sont discutés dans la section suivante.

3.5 Expérimentations et évaluation

L'évaluation d'un processus de négociation n'est pas une question évidente. En effet, il est toujours possible de présenter une métrique permettant de montrer qu'une stratégie est la meilleure selon cette mesure. De nombreuses mesures peuvent être utilisées : le nombre de transactions réalisées, le nombre de ressources échangées, le nombre de tours de parole, le nombre de transactions proposées, l'efficacité sociale ou encore l'écart type entre les valeurs sociales associées aux allocations obtenues à la fin des processus de négociation. Le nombre de transactions tentées et le nombre de tour de parole peuvent estimer le coût communicationnel des stratégies. Les valeurs sociales données par les approches centralisées sont utilisées comme référence pour évaluer la qualité des allocations de ressources fournies par chacune des stratégies testées. Un large écart type signifie que la stratégie de négociation est très sensible à l'allocation de ressources initiales, et que donc la qualité de la solution obtenue varie beaucoup en fonction de l'état initial du système.

Durant les expérimentations, différents réseaux d'accointances ont été générés, des graphes complets, des graphes Erdős-Rényi [5], des grilles, des graphes petit-monde générés par attachement préférentiel (AP) [1], ou encore selon le modèle de Watts et Strogatz [23]. Ces graphes représentent un panel assez large de réseaux d'accointances, avec des caractéristiques qui varient beaucoup, comme le degré moyen de connexité (le nombre moyen de voisins par agent), le coefficient de clustering (quantification de la connexité du voisinage d'un agent) ou

TAB. 3 – Efficacité utilitaire des négociations entre agents ($n = 100$, $m = 500$).

Type de réseau	Don	Échange	E+D	EG
Complet	100	97.6	100	100
Erdős-Rényi	98.8	95.9	99.1	98.9
Grille	71.7	68.5	76.3	66.1
Petit-monde WS	96.1	92.7	97.2	96.1
Petit-monde PA	88.8	87.8	91.0	89.2

encore la longueur moyenne du chemin le plus court entre deux agents.

Les processus de négociation basés sur des réseaux d'accointances complets sont uniquement utilisés à des fins de comparaisons avec l'approche centralisée, mais n'ont pas d'autre intérêt ici. Les ressources sont distribuées de manière aléatoire. Les préférences des agents sont également générées de manière aléatoire dans l'intervalle $\{1..100\}$. Durant les processus de négociations, le tour de parole est distribués de manière uniforme entre les agents. Enfin, pour chacun des paramétrages, un processus de négociations est lancé 100 fois à partir de solutions initiales différentes.

4 Négociations entre agents pour le bien-être utilitaire

Lorsque l'on considère le bien-être utilitaire, dans l'algorithme 3, le critère d'acceptabilité se traduit par la relation suivante : TEST := $u_{a'}(r) > u_a(r)$ dans le cas d'un don social, et par TEST := $u_a(r') + u_{a'}(r) > u_a(r) + u_{a'}(r')$ dans le cas d'un échange. Le cas de l'échange groupé est équivalent à celui de l'échange en remplaçant r et r' par des ensembles de ressources ;

Le tableau 3 décrit l'efficacité utilitaire obtenue par les différentes stratégies de négociation selon le genre du réseau d'accointances. Par exemple, un processus de négociation basé sur une grille et utilisant des échanges, mène à des allocations associées à 68.5% de la valeur sociale optimale.

Basé sur des réseaux d'accointances complets, plusieurs stratégies mènent à une allocation optimale. La stratégie la plus simple y parvenant est celle basée sur le don social. Celle-ci est contenue dans les stratégies basées sur l'échange groupé ou sur l'échange+don. Leurs utilisations engendrent donc des coûts additionnels en termes de tour de parole, de transactions proposées ainsi qu'en temps de calcul. Ainsi, la stratégie reposant sur le don social est suffisante pour garantir l'atteinte d'une allocation socialement optimale, lorsque le réseau d'accointances considéré est complet.

Théorème 4.1. *Considérons un problème d'allocation de ressources supposées indivisible, dans lequel les agents expriment leurs préférences au moyen d'une fonction d'utilité additive. Un processus de négociation reposant sur un réseau d'accointances complet et utilisant des dons sociaux converge vers un optimum global.*

Démonstration. Puisque le réseau d'accointances est complet et connexe, un agent a peut parler à n'importe quel autre agent a' de la population. Pour chacune des ressources r de son panier $\mathcal{R}_a$, si un don social impliquant cette ressource est possible entre a et a', alors $u_{a'}(r) > u_a(r)$ par définition d'une transaction sociale. Il est donc toujours possible de créer une séquence de dons sociaux menant une ressource r dans le panier d'un agent qui lui associe la plus grande valeur d'utilité. Appliqué à toutes les ressources, et selon la proposition 1, l'allocation résultante est un optimum global. □

A l'opposé des approches centralisées, notre approche fonctionne également lorsque le réseau d'accointances est restreint. Il n'est cependant plus possible de garantir l'atteinte d'une allocation optimale. En effet, cela dépend trop de la topologie en elle-même.

Dans le cas de processus de négociations basé sur des réseaux Erdős-Rényi, les valeurs sociales sur lesquelles s'arrêtent les processus de négociations sont très proches, autour de 99% pour le don, l'échange+don et l'échange groupé. Dans le cas de grilles, chaque agent n'a que quatre voisins ce qui réduit beaucoup la circulation des ressources. La stratégie basée sur l'échange+don mène jusqu'à 76.3% de la valeur optimale. Lorsque la connexité moyenne est faible, il est alors utile d'autoriser les transactions échanges afin d'éviter des optima locaux. Dans le cas des graphes petit-monde WS, la stratégie du don mène à 96.1% de la valeur optimale alors que l'échange+don mène à 97.2%. Un coefficient de clustering important aide à la circulation des ressources. Enfin, dans le cas de graphes petit-monde PA, l'échange+don obtient les meilleurs allocations, associées à 84%

TAB. 4 – Performances des négociations entre agents dans le cas utilitaire.

$\frac{m}{n}$	n=5		n=25		n=50	
5	30ms	30	175ms	350	0.5s	800
25	90ms	160	1.5s	1650	9s	4050
50	0.3s	320	13s	3400	1min10	8100

de l'optimum. Dans de tels graphes, un grand nombre d'agents ne possède qu'un seul voisin. Si ceux-ci ne peuvent pas donner une ressource à leur seul voisin, celle-ci ne peut alors pas circuler, et cela pénalise beaucoup les processus de négociation.

Dans tous les cas, l'écart type reste très faible, ce qui signifie que lorsque le bien-être utilitaire est considéré, l'allocation initiale n'a pas une influence très importante.

Les performances des processus de négociations utilisant le don social sont décrit dans le tableau 4. Ce tableau regroupe le temps de calcul nécessaire à l'arrêt des négociations (coté gauche des cases) ainsi que le nombre de transactions effectuées (coté droit des cases). Un processus impliquant 50 agents qui négocient un total de 2500 ressources disponibles s'arrêtent sur une allocation optimale après seulement une minute et 8000 dons sociaux.

Théorème 4.2 (Complexité des négociations utilitaires utilisant des dons)**.** *Lors d'un processus de négociation basé sur des dons sociaux, les nombres de transactions réalisées et proposées sont tout deux polynomiaux.*

Démonstration. Lorsque le bien-être utilitaire est considéré, un don social $\delta_a^{a'}$ entre deux agents a et a' se donnant une ressource r, est caractérisé par la relation $u_{a'}(r) > u_a(r)$. Ainsi, durant une séquence de don sociaux, la valeur d'utilité associée à cette ressource r augmente graduellement avec ses possesseurs successifs. Une ressource r ne peut donc retourner dans les mains d'un détenteur précédent, et donc aucun cycle ne peut apparaître. Une ressource donnée r peut être donnée $n-1$ fois dans le pire des cas. Ainsi le nombre de transactions réalisées est donc borné par $m(n-1) \sim O(nm)$. □

La démonstration de la complexité du point de vue du nombre de transactions tentées dépend de nombreuses caractéristiques comme l'implémentation ou la distribution du tour de parole.

TAB. 5 – Efficacité égalitaire des négociations entre agents ($n = 100$, $m = 500$).

Type de réseau	Don	Échange	E+D	EG
Complet	66.6	15.8	99.9	99.9
Erdős-Rényi	66.1	14.1	86.2	89.9
Grille	61.0	12.9	80.9	81.0
Petit-monde WS	65.3	18.7	84.4	86.1
Petit-monde PA	49.1	13.9	55.6	54.4

Cependant, si le tour de parole est distribué de manière uniforme, la démonstration peut être faite de la manière suivante :

Démonstration. Le nombre maximum de transactions tentées par un agent est de $m(n-1)$. En effet, dans le pire des cas, un agent peut ponctuellement posséder chacune des ressources et essayer de la donner à chacun de ses voisins. Ainsi, le nombre de transactions tentées est borné par $m(n-1)^2 \sim O(n^2m)$. □

Solution du cas utilitaire : la stratégie basée sur le don social est la plus efficace lorsque la connexité moyenne du réseau est importante. Dans l'algorithme 3, on a alors APPLIQUER :="*exécute un don social*". En revanche, si elle diminue beaucoup comme dans le cas des grilles, la stratégie basée sur l'échange+don devient la meilleure alternative. Dans ce cas, dans l'algorithme 3, on a APPLIQUER :="*exécuter un échange+don social*".Toutes deux restent très performantes et peu gourmandes en ressources : elles peuvent être employées pour de larges jeux de données.

5 Négociations entre agents pour le bien-être égalitaire

Lorsque l'on considère le bien-être égalitaire, un agent ne peut accepter une transaction qui le rend plus pauvre que son voisin. Dans l'algorithme 3, le test d'acceptabilité est donc : TEST :=$\min[u_a(\mathcal{R}'_a), u_{a'}(\mathcal{R}'_{a'})] > \min[u_a(\mathcal{R}_a), u_{a'}(\mathcal{R}_{a'})]$, où $\mathcal{R}'_a, \mathcal{R}'_{a'}$ sont les paniers de ressources des agents après la transaction.

Le tableau 5 décrit l'efficacité des différentes stratégies selon le genre de réseau d'accointances utilisé.

D'une manière générale, la stratégie du don sociale qui était menait à des allocations proches

TAB. 6 – Performances des négociations entre agents dans le cas utilitaire.

$\frac{m}{n}$	n=5		n=25		n=50	
5	50ms	50	2s	1000	20s	3200
25	3s	350	8min	5000	15min	9000
50	8s	450	10min	12000	45min	45000

de l'optimum dans le cas utilitaire n'obtient pas de bons résultats : après un nombre fini de transactions, les agents ne peuvent plus donner de ressource sans devenir plus pauvre que leur voisin. Une telle stratégie n'est donc plus suffisante pour obtenir des allocations socialement proche de l'optimum. La transaction échange mène quant à elle à des allocations très éloignés (moins de 20%). Puisque la distribution initiale des ressources ne peut être modifié, un agent pauvre qui ne possède que peut de ressources initialement pénalisera les négociations égalitaires. L'échange groupé est une stratégie très efficace, mais son coût exponentiel ne la rend pas attractive. La stratégie basée sur l'échange+don peut être considérée comme la meilleur alternative, et ce quelque soit le réseau d'accointances considéré.

Dans le cas du bien-être égalitaire, il n'est jamais possible de garantir qu'une allocation optimale peut être atteinte. Le tableau 5 montre que plus la connexité moyenne est faible, et plus la valeur sociale atteinte en fin de négociation est faible. Dans le cas de réseau Erdős-Rényi, les négociations basées sur l'échange+don s'arrêtent sur les allocations associées à 86% de la valeur optimale, alors que pour les grilles la valeur sociale atteinte ne représente que 80% de l'optimum, et autour de 84% quand les négociations sont basées sur des petit-monde WS. En revanche, pour ceux générés par attachement préférentiel, les valeurs atteintes varient autour de 55% seulement. Des voisinages trop restreints handicapent beaucoup les négociations égalitaires. L'écart type est d'autant plus élevé que la connexité moyenne est faible : l'allocation initiale à de l'importance.

Les performances de la stratégie de l'échange+don sont évaluées et regroupées dans le tableau 6 puisqu'elle est la plus efficace. Des négociations entre 25 agents impliquant 1250 ressources s'arrêtent après plusieurs minutes alors qu'il faut bien plus de temps pour l'approche centralisée, qui est par ailleurs plus gourmande en ressource mémoire. Les négociations égalitaires nécessitent plus de temps que les négociations utilitaires, mais il est intéressant de noter que la valeur égalitaire augmente fortement au début des négociations (20% du temps mène à plus de 80% de la valeur sociale finale), mais passe beaucoup de temps pour n'améliorer que faiblement cette valeur sociale, comme décrit sur la figure 1.

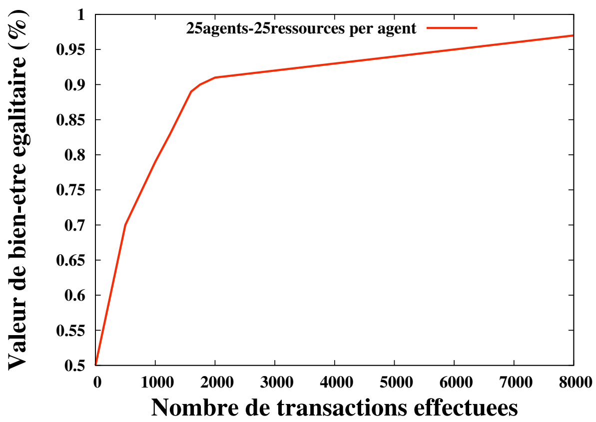

FIG. 1 – Évolution de la valeur du bien-être égalitaire durant le processus de négociation

Indépendemment du réseau d'accointances considérés, une unique situation ne peut être résolue par la stratégie échange+don : une telle situation est nommée "transaction multi-agent" dans la classification établie dans [21]. Considérons 3 agents possédant une ressource chacun : a_1 possède r_1, a_2 possède r_2 et a_3 possède r_3. Si a_1 n'est intéressé que par r_2, a_2 lui-même intéressé uniquement par r_3 et a_3 uniquement intéressé par r_1, alors aucune transaction n'est possible en suivant cette stratégie. Tout agent tentant de donner sa ressource ou de l'échanger, se retrouverait plus pauvre que son voisin, ce qui n'est pas socialement acceptable.

Solution du cas égalitaire : la stratégie de l'échange sur l'échange+don est la meilleure alternative et mène à des allocations plus intéressantes en des temps raisonnables. Dans l'algorithme 3, APPLIQUER := "*exécuter un échange+don social*". Alors que les négociations utilitaires peuvent se faire de manière efficace sur des réseaux faiblement connectés, les négociations égalitaires nécessitent une connexité beaucoup plus importante pour être efficace.

TAB. 7 – Efficacité des négociations entre agents pour le produit de Nash ($n = 100$, $m = 500$).

Genre de réseau	Don	Échange	E+D	EG
Complet	80.2	169.2	694.1	277.2
Erdős-Rényi	49.6	79.9	510.0	156.5
Grille	50.9	6.4	353.2	106.7
Petit-monde WS	178.8	22.8	549.1	253.6
Petit-monde PA	77.4	2.11	519.2	137.5

6 Négociations entre agents pour le produit de Nash

Lorsque l'on considère le produit de Nash, le test d'acceptabilité de l'algorithme 3 devient TEST := $u_a(\mathcal{R}'_a)u_{a'}(\mathcal{R}'_{a'}) > u_a(\mathcal{R}_a)u_{a'}(\mathcal{R}'_{a'})$.

Le tableau 7 regroupe les résultats obtenus selon les genres de réseaux d'accointances utilisés. Puisque la valeur servant de référence est obtenue grâce à une heuristique, les processus de négociations entre agents peuvent menés à des allocations dont l'efficacité est supérieure à 100% : la valeur sociale obtenue par notre approche est simplement supérieure à celle donnée par l'heuristique.

La stratégie de l'échange+don amène encore une fois aux meilleurs allocations de ressources, associées avec le plus faible écart type (toujours inférieur à 5% de la valeur totale), indépendemment de la nature du réseau d'accointances. Cette stratégie mène à de meilleures valeurs sociales que l'heuristique même lorsque le réseau d'accointances est très restreint. Les stratégies du don et de l'échange ne sont pas efficace, menant à des allocations très éloignées des optima. La stratégie de l'échange social est très sensible à la connexité moyenne : sur des grilles ou des petit-monde PA, les valeurs sociales obtenues n'excèdent pas 5% de l'estimation heuristique. L'échange groupé amène à de bons résultats mais reste toutefois trop cher pour être considère comme intéressante.

Certaines valeurs peuvent paraître grande (694.1% de l'estimation heuristique). Cependant, l'objectif n'est pas linéaire et un simple échange de deux ressources peut faire augmenter la valeur sociale d'un facteur supérieur à 100.

Les performances des processus de négociation maximisant le produit de Nash utilisant la stratégie échange+don sont décrites dans le tableau 8 en terme de temps de calcul nécessaire avant

TAB. 8 – Performances des négociations entre agents dans le cas du produit de Nash.

$\frac{m}{n}$	n=5		n=25		n=50	
5	50ms	35	250ms	350	600ms	900
25	150ms	150	45s	1800	4min	4600
50	6s	400	5min	4000	25min	9000

la fin des négociations ainsi qu'en terme de transactions réalisées. Un processus de négociation entre les 50 agents d'une population négociant 2500 ressources disponibles se termine dans un temps tout à fait raisonnable.

Solution du cas produit de Nash : la stratégie de l'échange+don est suffisamment flexible pour mener les processus de négociations à des allocations socialement efficaces quelque soit la nature du réseau d'accointances, et le tout en un temps raisonnable. Dans l'algorithme 3, on a donc APPLIQUER :="*exécuter un échange+don social*".

7 Conclusion

Cette étude fournit une méthode pour résoudre efficacement le problème d'allocation de ressources de manière décentralisée. Basée sur des négociations locales entre les agents, cette approche prend en compte les relations entre les agents grâce à la notion de réseau d'accointances, qui peut être n'importe quel type de graphe connexe. La méthode proposée est de plus un processus adaptatif : l'ajout de nouveaux agents est possible durant le processus de négociation, sans pour autant obtenir l'émergence d'une solution de qualité moindre. C'est également une approche "anytime" puisque la qualité de la solution augmente graduellement et que le processus de négociation peut être interrompu à n'importe quel moment tout en fournissant une solution. A l'opposé des approches centralisées, les algorithmes distribués que nous proposons donnent une séquence de transactions acceptables menant à l'allocation fournie, tout en respectant la topologie du réseau d'accointances. Les approches centralisées ne peuvent gérer cet aspect du problème en un temps raisonnable. Même si nous ne pouvons garantir l'atteinte d'un optimum que dans le cas utilitaire sur un réseau complet, notre approche fournie des comportements efficaces et pratiques menant à des allocations socialement proches dans tous les autres cas.

Références

[1] R. Albert and A. Barabási. Statistical Mechanics of Complex Networks. *Reviews of Modern Physics*, 74(1) :47–97, 2002.

[2] M. Andersson and T. Sandholm. Contract types for satisficing task allocation : II experimental results. In *AAAI Spring Symposium Series : Satisficing Models*, volume 17, pages 1–7, USA, California, Stanford University, March 1998. AAAI Press.

[3] K. Arrow, A. Sen, and K. Suzumura. *Handbook of Social Choice and Welfare*, volume 1. Elsevier, 2002.

[4] M. Bellosta, S. Kornman, and D. Vanderpooten. An Agent-Based Mechanism for Autonomous Multiple Criteria Auctions. In *IAT'06 - Intelligent Agent Technology*, volume 0, pages 587–594, China, Hong-Kong, December 2006.

[5] B. Bollobás. *Random Graphs*. Cambridge University Press, 2001.

[6] S. Bouveret and J. Lang. Efficiency and Envy-Freeness in Fair Division of Indivisible Goods : Logical Representation and Complexity. In *IJCAI'05 - International Joint Conference on Artificial Intelligence*, pages 935–940, UK, Scotland, Edinburgh, Agust 2005.

[7] Y. Chevaleyre, E. Endriss, S. Estivie, and N. Maudet. Reaching Envy-free States in Distributed Negotiation Settings. In *IJCAI'07 - International Joint Conference on Artificial Intelligence*, pages 1239–1244, India, Hyderabad, January 2007. AAAI Press.

[8] Y. Chevaleyre, U. Endriss, J. Lang, and N. Maudet. Negotiating over Small Bundles of Resources. In *AAMAS'05 - Autonomous Agents and multiagent systems*, pages 296–302, EU, The Netherlands, Utrecht, July 2005. ACM Press.

[9] P. Cramton, Y. Shoham, and R. Steinberg. *Combinatorial auctions*. MIT Press, 2006.

[10] J. Doyle. Prospects for preferences. *Computational Intelligence*, 20(2) :111–136, 2004.

[11] P. Dunne. Extremal behaviour in multiagent contract negotiation. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 23 :41–78, 2005.

[12] U. Endriss, N. Maudet, F. Sadri, and F. Toni. Negotiating Socially Optimal Allocations of Resources. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 25 :315–348, 2006.

[13] E. Estivie, Y. Chevaleyre, U. Endriss, and N. Maudet. How Equitable is Rational Negotiation ? In *AAMAS'06 - Autonomous Agents and Multiagent Systems*, pages 866–873, Japan, Hakodate, May 2006. ACM Press.

[14] J. Ferber. *Multi-Agent System : An Introduction to Distributed Artificial Intelligence*. Addison Wesley Longman, 1999.

[15] M. Fisher. The Lagrangian Relaxation Method for Solving Integer Programming Problems. *Management Science*, 50(13) :1861–1871, 2004.

[16] F. Hickernell and Y. Yuan. A Simple Multistart Algorithm for Global Optimization. *OR Transactions*, 1(2), December 1997.

[17] I. Inc. CPLEX User's Manual. *ILOG Inc.*, 1995.

[18] P. Miranda, M. Grabisch, and P. Gil. Axiomatic Structure of k-Additive Capacities. *Mathematical Social Sciences*, 49 :153–178, 2005.

[19] H. Moulin. Choosing from a Tournament. *Social Choice and Welfare*, 3(4) :271–291, 1986.

[20] S. Saha and S. Sen. An Efficient Protocol for Negotiation over Multiple Indivisible Resources. In *IJCAI'07 - International Joint Conference on Artificial Intelligence*, pages 1494–1499, India, Hyderabad, January 2007.

[21] T. Sandholm. Contract Types for Satisficing Task Allocation : I Theoretical Results. In *AAAI Spring Symposium : Satisficing Models*, volume 99, pages 68–75, USA, California, Stanford University, March 1998.

[22] T. Sandholm. Algorithm for optimal winner determination in combinatorial auctions. *Artificial Intelligence*, 135(1-2) :1–54, 2002.

[23] D. Watts and S. Strogatz. Collective dynamics ofsmall-world'networks. *Nature*, 393(6684) :440–442, 1998.

[24] M. Woolridge. *Introduction to Multiagent Systems*. John Wiley & Sons, 2001.