Contribution aux comparaisons formelles des modèles de préférence en argumentation

Jean-Rémi Bourguet†‡ bourgujr@supagro.inra.fr
Leila Amgoud⋆ amgoud@irit.fr
Rallou Thomopoulos†‡ rallou@supagro.inra.fr

†INRA, Ingénierie des Agropolymères et des Technologies Emergentes (IATE), UMR1208, Montpellier, France

⋆CNRS, Institut de Recherche en Informatique (IRIT), UMR5505, Toulouse, France

‡CNRS et UMII, Laboratoire d'Informatique de Robotique et de Microélectronique de Montpellier (LIRMM), UMR5506, Montpellier, France

Résumé :
L'argumentation est un modèle de raisonnement basé sur la construction et l'évaluation d'arguments. Dans son papier fondateur, Dung a proposé le plus abstrait des cadres de travail en argumentation. Les arguments y possèdent une même force, donnant à cette hypothèse une portée contraignante voire irréaliste dans de nombreux cas d'étude. En conséquence, plusieurs extensions ont été proposées, tour à tour, dans la littérature. Le premier modèle permet la représentation de la préférence entre arguments par la présence d'un préordre (partiel ou total), permettant de ce fait de capturer une différence de forces entre arguments. La source de cette relation de préférence n'est pas spécifiée, elle peut donc être instanciée de différentes manières. La seconde extension imagine que la force d'un argument dépend de la valeur promue par cet argument. Enfin la troisième extension fait état d'un ensemble d'arguments équipé de plusieurs préordres, chacun d'eux exprimant des préférences entre arguments dans un contexte donné. La contribution de ce papier a deux effets scientifiques sous-jacents, l'un méthodologique qui propose une étude comparative des trois extensions du cadre de travail en argumentation développé par Dung, montrant expressément sous quelles conditions deux propositions sont équivalentes ; l'autre intégrationel puisqu'il constitue une proposition de modèle fédérant les aspects expressif et générique présents dans ces extensions aux travaux de Dung.

Mots-clés : argumentation, cadre de travail, préférence

Abstract:
Argumentation is a reasoning model based on the construction and the evaluation of arguments. In his seminal paper, Dung has proposed the most abstract argumentation framework. In that framework, arguments are assumed to have the same strength. This assumption is unfortunately strong and not realistic. Consequently, three different extensions of the framework have been proposed in the literature.
The contribution of this paper is two-fold : First, it proposes a comparative study of the three extensions of Dung's framework. It clearly shows under which conditions two proposals are equivalent. The second contribution of the paper consists in integrating the three extensions into a common more expressive and generic framework.

Keywords: argumentation, framework, preference

1 Introduction

L'argumentation est un modèle de raisonnement basé sur la construction et l'évaluation des arguments en interaction. Ce modèle a notamment pu être étudié dans le cadre du raisonnement non monotone (e.g. [6]), en prise de décision (e.g. [3, 5, 7]) ainsi que pour modéliser différents types de dialogues incluant la négotiation notamment (e.g. [9, 10]). Une grande partie des modèles développés pour les applications se sont donc appuyés sur les travaux et le cadre de travail proposés par Dung dans [6]. Ce cadre de travail consiste en un ensemble d'arguments et une relation binaire sur cet ensemble, exprimant les conlits entre arguments. Un argument donne raison de croire en une affirmation, afin éventuellement de réaliser une action. L'une des caractéristiques de ce type d'approche est de considérer tous les arguments présents comme ayant la même force. Cette hypothèse paraît quasi fausse puisqu'il semblerait naturel de considérer un argument comme construit à partir de plusieurs informations, certaines pouvant apparaître avec plus ou moins de poids sur d'autres (ceci pouvant provenir par exemple de la présence d'informations défectibles). En conséquence, trois différentes extensions à ce cadre de travail on été proposées dans la littérature. Ainsi, dans [1], il est proposé d'ajouter à cette relation de conflit entre arguments, une autre relation binaire sur l'ensemble des arguments (appelée relation de préférence). Cette relation capture les différences de forces entre arguments, sa source n'étant pas spécifiée, lui permettant ainsi d'être instanciée de différentes manières. Dans [4], il est supposé que la force d'un argument dépend de la valeur qu'il promeut, chaque argument étant assuré de promouvoir au plus une valeur, n'ayant pas forcément la même importance que les autres promues par ailleurs. Ainsi, il va de soi qu'un argument pro-

mouvant la plus importante valeur est considéré comme au moins aussi fort que les autres. Enfin dans [2], il est acté que l'ensemble des arguments est équipé de plusieurs préordres, chacun d'eux exprimant des préférences entre arguments dans un contexte qu'il ne reste alors plus qu'à instancier. Par exemple, pour deux arguments α et β, α est préféré à β dans un contexte donné, et β est préféré à α dans un autre contexte. Cette extension permet donc de généraliser le modèle basé sur les préférences défini dans [1]. Il paraît donc important de comparer formellement (voir sémantiquement) ces trois extensions puis de paraphraser les similarités et différences entre ces approches.
La contribution scientifique de ce papier est donc bicéphale : en premier lieu il s'agit de proposer une étude comparative des trois extensions au cadre de travail défini par Dung, montrant sous quelles types de conditions deux propositions peuvent être envisagées comme équivalentes. La seconde contribution consiste en une intégration des trois extensions dans un cadre de travail commun et plus expressif.
Le reste de l'article est organisé comme suit : la partie 2 rappelle brièvement le cadre de travail de Dung aussi bien que ses trois extensions. La partie 3 présente une étude comparative des trois extensions. La partie 4 propose un cadre de travail unifié, lequel capture les caractéristiques de ces trois extensions et tente d'unifier les approches comparatives des travaux de [8]. Enfin, l'article se conclut en partie 5.

2 Rappel concernant quelques cadres de travail abstraits en argumentation

Cette partie rappelle brièvement le cadre abstrait de travail en argumentation suggéré par Dung, mais aussi les trois extensions intégrant des préférences dans ce cadre. Ceux-ci seront illustrés par un exemple, à travers lequel seront soulignées les forces et les faiblesses de chacun d'eux.

2.1 Cadre de travail abstrait de Dung

Un processus d'argumentation suit trois étapes principales : 1) la construction d'arguments et de contre arguments 2) l'évaluation de l'acceptabilité des différents arguments, et 3) la conclusion ou la définition des conclusions fondées. Dans [6], un cadre de travail en argumentation est défini comme suit :

Définition 1 (Cadre de travail de Dung) *Un* cadre de travail en argumentation *est une paire* $\texttt{AF} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{R} \rangle$ *où* $\mathcal{A}$ *est un ensemble d'arguments et* $\mathcal{R} \subseteq \mathcal{A} \times \mathcal{A}$ *est une relation d'*attaque. *Un argument* α *attaque un argument* β *ssi* $(\alpha, \beta) \in \mathcal{R}$.

Dans la définition précédente, les arguments sont des entités abstraites, leurs origines et leurs structures demeurent inconnues. Il est à noter que peut être associé, à chaque système d'argumentation, un graphe orienté dans lequel les noeuds constituent les différents arguments, les arêtes représentent les relations d'attaque entre eux.
Parmi tous les arguments conflictueux, il faut définir quels arguments le système peut garder pour inférer des conclusions ou prendre des décisions. Dans [6], différentes sémantiques répondant à la notion d'acceptabilité ont été proposées. Pour la compréhension générale du papier, plusieurs notions concernant l'acceptabilité en argumentation sont rappelées ci-après.

Définition 2 (Sans $\mathcal{R}$-conflit , Défense) *Soit* $\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A}$.
- $\mathcal{B}$ *est* sans $\mathcal{R}$-conflit *ssi* $\nexists\ \alpha_i,\ \alpha_j \in \mathcal{B}$ *tel que* $(\alpha_i, \alpha_j) \in \mathcal{R}$.
- $\mathcal{B}$ défend *un argument* α_i *ssi pour chaque argument* $\alpha_j \in \mathcal{A}$, *si* $(\alpha_j, \alpha_i) \in \mathcal{R}$, *alors* $\exists\ \alpha_k \in \mathcal{B}$ *tel que* $(\alpha_k, \alpha_j) \in \mathcal{R}$.
- *Un ensemble sans $\mathcal{R}$-conflit $\mathcal{B}$ d'arguments est une* extension admissible *ssi $\mathcal{B}$ défend tous ses éléments.*

Illustrons le cadre de travail abstrait à travers un exemple simple, qui décrit une situation de décision multi-critères. L'idée est de choisir entre deux étudiants, Rémi et Jean, sur la base de critère de pertinence, d'originalité et d'utilité.

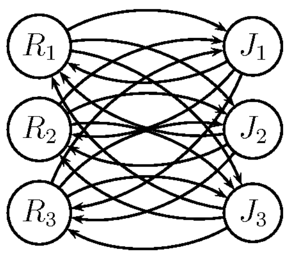
Exemple 1 *Le Tableau résume les notes obtenues par les deux étudiants dans les différents critères.*

	Utilité	*Pertinence*	*Originalité*
Rémi	*4*	*2*	*4*
Jean	*2*	*4*	*3*

Dans cette application, un argument donne une raison pour choisir tel ou tel étudiant. Par exemple, Rémi devrait être choisi puisqu'il obtient 4 en utilité. Il est a noté que toutes les notes *sont au moins égale ou plus haute que 2, permettant ainsi à tous les arguments d'être en faveur de l'un des deux candidats. Les six arguments suivants sont ainsi construits :*

R_1 *: Rémi devrait être choisi en obtenant 4 en Utilité.*
J_1 *: Jean devrait être choisi en obtenant 2 en Utilité.*
R_2 *: Rémi devrait être choisi en obtenant 2 en Pertinence.*
J_2 *: Jean devrait être choisi en obtenant 3 en Pertinence.*
R_3 *: Rémi devrait être choisi en obtenant 4 en Originalité.*
J_3 *: Jean devrait être choisi en obtenant 3 en Originalité.*

Puisque seulement un candidat devrait être choisi, toute paire d'argument qui ne supporte pas le même candidat est considérée comme conflictueuse : les arguments présents dans ces paires sont donc engagés dans une relation d'attaque symétrique. La figure suivante résume les différents conflits entre arguments.



Le système possède deux extensions maximales admissibles (en terme d'inclusion ensembliste) : $\{R_1, R_2, R_3\}$ *et* $\{J_1, J_2, J_3\}$*. Il est donc notifié par le système de Dung que les deux candidats Jean et Rémi sont similairement préférés.*

L'exemple montre que le cadre de travail utilisé pour capturer les argumentaires n'est pas très judicieux. En fait, dans l'exemple, il est clair qu'un candidat est meilleur qu'un autre puisqu'il possède plus de note plus élevées. Ainsi, puisque le cadre de travail ne permet pas de prendre en compte les forces des arguments, celui-ci a seulement permis de résoudre les conflits entre arguments et donc de conclure sur une acceptabilité similaire pour les deux candidats. Par la nécessité d'établir des comparaisons entre cadres de travail utilisés en argumentation, il va être défini la notion de cadres de travail équivalents. Deux cadres de travail en argumentation sont dits équivalents si ceux-ci retournent exactement les même extensions sous une sémantique donnée.

Définition 3 (Cadres de travail équivalents) *Soit* $\texttt{AF}_1$, $\texttt{AF}_2$ *deux cadres de travail en argumentation.* $\texttt{AF}_1$ *et* $\texttt{AF}_2$ *sont équivalents ssi Ext(*$\texttt{AF}_1$*) = Ext(*$\texttt{AF}_2$*), où Ext(*$\texttt{AF}_i$*) est l'ensemble de toutes les extensions de* $\texttt{AF}_i$ *sous une sémantique donnée.*

2.2 Cadre de travail en argumentation basé sur la préférence

Dans [1], il est spécifié, au sein d'un cadre de travail en argumentation, une relation de préférence permettant la comparaison entre arguments et dans certains cas une sélection entre arguments conflictueux. Ainsi, dans l'exemple précédent, il est clair que l'argument R_1 est plus fort que J_1, l'argument J_2 est plus fort que l'argument R_2 et l'argument R_3 est plus fort que l'argument J_3. Ces informations doivent donc pouvoir être exploitées dans un système d'argumentation, permettant de ce fait de réduire le nombre d'attaques entre arguments. L'idée est donc simplement de voir une attaque échouer lorsque l'argument attaqué est plus fort que son attaquant.

Dans cette optique, un PAF est défini à partir d'un tuple $\langle \mathcal{A}, \mathcal{R}, \succeq \rangle$ où $\mathcal{A}$ est un ensemble d'arguments, $\mathcal{R} \subseteq \mathcal{A} \times \mathcal{A}$ est une relation d'attaque et $\succeq \subseteq \mathcal{A} \times \mathcal{A}$ est un préordre (partiel ou total) qui représente une relation de préférence entre arguments. Cette relation est générale et peut être instanciée de différentes manières.

Définition 4 (Preference-based argumentation) *Un* PAF *est une paire* $\texttt{PAF} = \langle \mathcal{A}, \texttt{Def} \rangle$ *où* $\texttt{Def} \subseteq \mathcal{A} \times \mathcal{A}$ *tel que* $(a, b) \in \texttt{Def}$ *ssi* $(a, b) \in \mathcal{R}$ *et* $(b, a) \notin \succ$ [1].

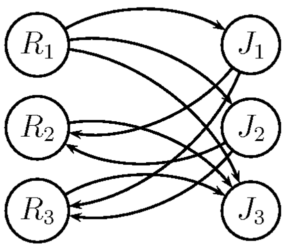
Par la suite, PAF pourra être appréhendé avec ses composants initiaux, autrement dit le triplet $\langle \mathcal{A}, \mathcal{R}, \succ \rangle$. Les sémantiques de Dung sont ainsi appliquées au nouveau cadre de travail $\langle \mathcal{A}, \texttt{Def} \rangle$ pour évaluer les arguments de $\mathcal{A}$. Il est à noter que losque tous les arguments sont incomparables ou indifférents au regard de la relation $\succeq$, le cadre de travail de Dung est retrouvé.

Propriété 1 *Les deux cadres de travail* $\texttt{PAF}_1 = \langle \mathcal{A}, \mathcal{R}, \succ \rangle$ *et* $\texttt{PAF}_2 = \langle \mathcal{A}, \mathcal{R}, \succeq \rangle$ *(avec* $\succ$ [2] *la relation stricte de* $\succeq$*) sont équivalents.*

1. $(a, b) \in \succ$ ssi $(a, b) \in \succeq$ et $(b, a) \notin \succeq$.
2. $\succ$ est irréflexive, antisymétrique et transitive.

Il paraît, à présent, intéressant de reconsidérer l'Exemple 1 et ainsi observer comment les préférences entre arguments aideront à réduire le nombre d'attaques et à retourner le résultat attendu.

Exemple 2 (Exemple 1 cont.) *Comme il a été suggéré précédemment, les préférences suivantes entre arguments peuvent être avérées :* $R_1 \succ J_1$, $J_2 \succ R_2$ *et* $R_3 \succ J_3$. *Une autre source de préférence entre arguments est l'importance laissée aux critères d'évaluation. Considérons, par exemple, le critère d'utilité comme plus important que le critère de pertinence et le critère de pertinence comme plus important que le critère d'originalité, en d'autres termes* $\{R_1, J_1\} \succ \{R_2, J_2\} \succ \{R_3, J_3\}$. *Le graphe de* $\langle \mathcal{A}, \mathtt{Def} \rangle$ *est résumé ci-après.*



Le cadre travail possède seulement une extension admissible maximale (en terme d'inclusion ensembliste), qui est $\{R_1, R_2, R_3\}$. *Il est donc clair que Rémi est préférré à Jean puisque cette extension contient seulement les arguments supportant Rémi.*

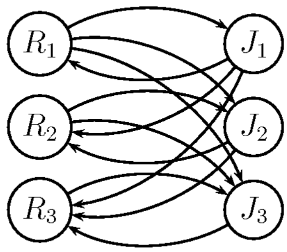
2.3 Cadre de travail en argumentation basé sur les valeurs

Dans [4], Bench Capon procède à une formalisation des idées du philosophe Perelman. Ce dernier souligne l'importance de promouvoir des valeurs au travers d'arguments. En d'autres termes, un argument peut promouvoir une valeur telle que, par exemple, la santé, l'économie, le partage... Ainsi, un VAF peut être défini comme suit :

Définition 5 (Value-based argumentation) *Un VAF est une paire* $\mathtt{VAF} = \langle \mathcal{A}, \mathtt{defeats} \rangle$ *où* $\mathcal{A}$ *est un ensemble d'arguments,* $\mathtt{defeats} \subseteq \mathcal{A} \times \mathcal{A}$ *tel que* $(a, b) \in \mathtt{defeats}$ *ssi* $(a, b) \in \mathcal{R}$ *et* $(b, a) \notin \mathtt{Pref}(\mathtt{val}(b), \mathtt{val}(a))$, *avec* $\mathcal{V}$ *vu comme un ensemble de valeurs,* $\mathtt{val} : \mathcal{A} \mapsto \mathcal{V}$ *et* $\mathtt{Pref} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ *une relation stricte de préférence étant irréflexive, antisymmétrique et transitive.*

Par la suite, VAF pourra être appréhendé par ses composants classiques, comme un tuple $\langle \mathcal{A}, \mathcal{R}, \mathcal{V}, \mathtt{val}, \mathtt{Pref} \rangle$. A l'image du PAF, les sémantiques d'acceptabilité sont appliquées pour évaluer les différents arguments. Illustrons à présent ce cadre de travail à travers l'exemple. Pour cela, il faut absolument définir ce que seront les valeurs aussi bien que les relation de préférences entre ces valeurs. Il y a deux possibilités : la première consiste à considérer les différents critères comme des valeurs. La seconde considère les notes obtenues (de 0 à 5) comme possibles valeurs. Il est à noter qu'il n'est pas viable de fusionner les deux ensembles puisque l'ensemble $\mathcal{V}$ n'aurait alors aucun sens (dans le sens aucune cohérence). Dans ce qui suit, les deux solutions présentées ci-dessus seront étudiées au travers de l'exemple et le choix d'attaque entre arguments sera basé uniquement sur l'option, montrant ainsi que ce cadre de travail est insuffisant pour obtenir le résultat attendu. Nous aborderons cependant une autre façon de bien traiter ce cas par ce cadre de travail, en suggérant une construction différente de relations d'attaque entre arguments.

Exemple 3 (Exemple 1 cont.) *Supposons que* $\mathcal{V}_1$ = *{Utilité, Pertinence, Originalité} tel que le critère d'utilité soit plus important que le critère de pertinence et que ce dernier soit plus important que le critère d'originalité. Ainsi,* $\mathtt{Pref}_1$ = *{(Utilité,Pertinence), (Pertinence,Originalité), (Utilité,Originalité)}. La fonction* $\mathtt{val}_1$ *se définit comme suit :* $\mathtt{val}_1(R_1) = \mathtt{val}_1(J_1)$ = *Utilité,* $\mathtt{val}_1(R_2) = \mathtt{val}_1(J_2)$ = *Pertinence, et* $\mathtt{val}_1(R_3) = \mathtt{val}_1(J_3)$ = *Originalité. Le graphe associé au cadre de travail* $\mathtt{VAF}_{ex1} = \langle \mathcal{A}, \mathtt{defeats}_1 \rangle$ *est représenté ci-dessous :*

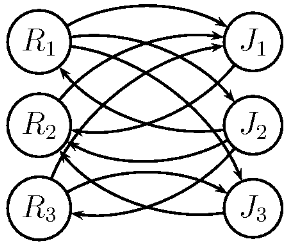


Le cadre de travail possède sur cet exemple deux ensembles maximaux d'arguments : $\{R_1, R_2, R_3\}$ *et* $\{J_1, J_2, J_3\}$. *Ainsi, à l'image* *du résultat obtenu avec le cadre de travail proposé par Dung, ici les deux candidats Jean et Rémi sont préférés de façon similaire. Notons également, que les valeurs et les préférences sur ces valeurs n'ont aucun impact dans ce cas sur le résultat.*

Considérons à présent le cas où les valeurs capturent les différentes notes évaluatives.

Exemple 4 (Exemple 1 cont.) *Dans ce cas,* $\mathcal{V}_2 = \{1, \ldots, 5\}$ *(lequel n'exprime pas à proprement dit de valeurs* sociales, *comme imaginé dans les écrits de Perelman). Les préférences entre valeurs sont donc naturellement obtenus par un ordonnancement classique entre entiers. Par exemple, (4, 2)* $\in$ $\mathtt{Pref}_2$. *Les valeurs des six arguments sont :* $\mathtt{val}_2(R_1)$= *4,* $\mathtt{val}_2(J_1)$= *2,* $\mathtt{val}_2(R_2)$= *2,* $\mathtt{val}_2(J_2)$= *4,* $\mathtt{val}_2(R_3)$= *4, et* $\mathtt{val}_2(J_3)$= *3.*

Le graphe associé au cadre de travail $\mathtt{VAF}_{ex2} = \langle \mathcal{A}, \mathtt{defeats}_2 \rangle$ *est représenté ci-dessous :*



Le cadre de travail $\langle \mathcal{A}, \mathtt{defeats}_2 \rangle$ *possède également au travers de cet exemple deux ensembles maximaux admissible d'arguments :* $\{R_1, R_2, R_3\}$ *et* $\{J_1, J_2, J_3\}$, *ne permettant pas de conclure sur une quelconque préférence de candidats.*

Enfin, quand les valeurs sont associées aux critères d'évaluation d'utilité, de pertinence, et d'originalité, il peut être intuitif, dans ce cas d'application, de permettre à deux arguments supportant la même valeur d'être engagés dans une relation d'attaque non symétrique : ainsi l'argument R_1 attaque l'argument J_1 puisque $4 > 2$, alors que l'inverse n'est pas vrai. En d'autres termes, si deux arguments se réfèrent au même critère d'évaluation, ceux-ci peuvent être comparés en terme de notation, alors que s'ils se réfèrent à des critères d'évaluation différents, leurs préférences sont déterminées par les valeurs. Ainsi, le graphe de l'exemple 4 devient le même que celui de l'exemple 2, Rémi étant préféré à Jean.

Ce type de représentation du problème va ceci dit à l'encontre d'une certaine forme d'automaticité dans le raisonnnement argumentatif, en ces termes que deux arguments supportant deux options différentes ne sont donc pas nécessairement engagés dans une relation d'attaque symétrique, ce qui parait à contrario contre-intuitif.

2.4 Cadre de travail en argumentation basé sur les préférences contextuelles

Dans les travaux concernant le PAF et le VAF, les préférences entre arguments sont supposées comme étant non contradictoires ; cependant, dans les applications courantes, il peut arriver que cela ne soit pas toujours le cas. Considérons le cas de notre exemple courant. Reconsidérons la note de Rémi en utilité (R_1'), admettons qu'il obtienne 2. Ainsi, puisque l'utilité est plus importante que la pertinence, R_1' peut être considéré comme étant plus fort que J_2.

Cependant, puisque la notation 4 est plus important que la notation 2, il parait également rationnel de considérer que J_2 est plus fort que R_1'. Dans [2], une extension de PAF a été proposée, l'idée étant d'y assumer que l'ensemble $\mathcal{A}$ des arguments peut être equipé de plusieurs relations de préférence $\succeq_1, \cdots \succeq_n$, chacun d'elle exprimant des préférences non conflictuelles entre arguments dans un *contexte* particulier, contextes qui peuvent être des valeurs, des critères, ou des agents, ..., sont supposés être ordonnés par une relation binaire complète et stricte dénoté par $\triangleright$.

Notons que pour deux arguments a et b, il peut être possible que $(a, b) \in \succeq_i$ et $(b, a) \in \succeq_j$ avec $i \neq j$. Les différentes relations de préférence $\succeq_i$ peuvent être aggrégées au sein d'une unique relation dénotée par $\otimes(\succeq_1, \cdots \succeq_n)$. Dans [2], une proposition immédiate est de garder toutes les préférences du contexte le plus fort, et d'ajouter les préférences des contextes suivants qui ne sont pas en contradiction avec celles présentes dans le premier. Le même procédé est répété jusqu'à qu'il n'y ait plus de contextes restant.

Définition 6 (Fonction d'aggrégation) *Soit* $\mathcal{C} = \{c_1, \ldots, c_n\}$ *un ensemble de contextes.* $\otimes(\succeq_1, \cdots \succeq_n) = \mathtt{Pref}^n$ *tel que*

– $\mathcal{C}^1 = \mathcal{C}$

– $\texttt{Pref}^1 = \{(a,b) \in \succeq_i$ *t.q.* $\forall c_j \in \mathcal{C}^1 \setminus \{c_i\}$, $c_i \rhd c_j\}$
– $\mathcal{C}^{k+1} = \mathcal{C}^k \setminus \{c_i\}$
– $\texttt{Pref}^{k+1} = \texttt{Pref}^k \cup \{(a,b) \in \succeq_i$, *t.q.* $c_i \in C^{k+1}$, *et* $(b,a) \notin C^k$, *et* $\forall c_j \in \mathcal{C}^{k+1} \setminus \{c_i\}$, $c_i \rhd c_j\}$.

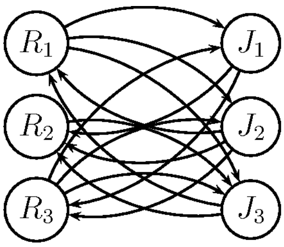
Il est utile de préciser que la relation $\otimes(\succeq_1, \cdots \succeq_n)$ n'est pas nécessairement transitive. Ainsi, un cadre de travail en argumentation basé sur des préférences contextuelles (CPAF) est défini comme suit :

Définition 7 (CPAF) *Soit $\mathcal{A}$ un ensemble d'arguments, $\mathcal{R} \subseteq \mathcal{A} \times \mathcal{A}$ une relation d'attaque, $\mathcal{C} = \{c_1, \ldots, c_n\}$ un ensemble de contextes, $\rhd$ une relation stricte et complète sur $\mathcal{C}$, $\succeq_i$ un préordre (partiel ou complet) sur $\mathcal{A}$ issu du contexte c_i.*

Un CPAF *est une paire $\langle \mathcal{A}, \texttt{Def} \rangle$, où* Def *est défini comme suit : $\forall a, b \in \mathcal{A}$, $(a,b) \in \texttt{Def}$ ssi $(a,b) \in \mathcal{R}$ et $(b,a) \notin \otimes(\succeq_1, \cdots \succeq_n)$.*

Par la suite, un CPAF pourra être représenté par ses composants initiaux, autrement dit, tel un tuple $\langle \mathcal{A}, \mathcal{R}, \mathcal{C}, \rhd, \succeq_1, \cdots \succeq_n \rangle$. Les arguments de $\mathcal{A}$ sont évalués en utilisant les sémantiques d'acceptabilité de Dung appliquées au CPAF.

Exemple 5 (Example 1. cont.) *Soit $\mathcal{C}_1$ = $\{$Utilité, Pertinence, Originalité$\}$ avec Utilité $\rhd$ Pertinence $\rhd$ Originalité. L'ensemble des arguments est équipé de trois relations de préférence, respectivement denotées $\succeq_U, \succeq_P, \succeq_O$. Ces relations sont définis comme suit : $\succeq_U = \{(R_1, J_1)\}$, $\succeq_P = \{(J_2, R_2)\}$, et $\succeq_O = \{(R_3, J_3)\}$. La relation de préférence aggrégée est dans ce cas l'union des trois relations. Le graphe associé à ce cadre de travail* CPAF *est représenté ci-dessous :*



Il y a deux ensemble maximaux admissibles : $\{R_1, R_2, R_3\}$ et $\{J_1, J_2, J_3\}$. Les deux candidats Jean et Rémi sont donc similairement préférés dans ce cadre de travail.

3 Comparaison des différents cadres de travail abstraits en argumentation

Dans cette partie, sont comparés en termes d'équivalence les différents cadres de travail en argumentation précédemment présentés, sur la base de la définition 3 proposée.

3.1 Comparaison du cadre de travail de Dung et du PAF

Le cadre de travail en argumentation de Dung peut être vu comme un cas particulier du cadre de travail basé sur les préférences (PAF). En dépit du fait que leurs contenus puissent paraître complètement évident pour tout néophyte de la priorité en argumentation, il a été spécifié quelques conditions sous lesquelles ces deux cadres de travail peuvent être entrevus comme équivalents (au sens de la définition 3). Ainsi, une première situation dans laquelle PAF et AF sont équivalents est précisément le cas où il n'existe aucune préférence stricte entre arguments.

Proposition 1 *Soit* AF = $\langle \mathsf{Arg}, \mathcal{R} \rangle$ *et* PAF = $\langle \mathsf{Arg}, \mathcal{R}, \succeq \rangle$. *Si $\nexists\, \alpha, \beta$ tel que $(\alpha, \beta) \in \succ$ alors* AF *et* PAF *sont équivalents.*

Il existe également un second cas, où toutes les attaques entre arguments aboutissent dans le sens que si un argument α attaque un argument β alors β n'est pas préféré à α.

Proposition 2 *Soit* AF = $\langle \mathsf{Arg}, \mathcal{R} \rangle$ *et* PAF = $\langle \mathsf{Arg}, \mathcal{R}, \succeq \rangle$. *Si $\nexists\, \alpha, \beta \in \mathsf{Arg}$, tel que $(\alpha,\beta) \in \mathcal{R}$ et $(\beta, \alpha) \in \succ$ alors* AF *et* PAF *sont équivalents.*

3.2 Comparaison entre le VAF et le PAF

Dans cette partie, et dans le but de mener une étude comparative de VAF et de PAF, il sera successivement montré qu'une équivalence de PAF peut être construite à partir d'un VAF, puis que plusieurs familles de VAF existent et permettent de représenter un PAF.

COnstruction d'un équivalent $\texttt{PAF}^V$ à partir d'un VAF :.

Définition 8 *Soit* VAF = $\langle \mathcal{A}, \mathcal{R}, \mathcal{V}, val, \texttt{Pref} \rangle$, *un cadre de travail en argumentation basé sur* *les valeurs. A partir d'un* VAF, *un cadre de travail en argumentation basé sur les préférences peut être défini par* $\texttt{PAF}^V = \langle \mathcal{A}, \mathcal{R}, \succeq_V \rangle$*, avec la relation de préférence* $\succeq_V \subseteq \mathcal{A} \times \mathcal{A}$ *défini comme suit :* $\forall a, b \in \mathcal{A}$*,* $(a, b) \in \succ_V$ *ssi* Pref*(val(a), val(b)).*

Cette définition est illustrée à travers l'exemple suivant :

Exemple 6 (Exemple 1. cont.) *La relation de préférence extraite du cadre de travail* $\texttt{VAF}_{ex1}$ *est décrite comme suit :* $\succeq_{v1} = \{(R_1, J_2), (R_1, J_3), (R_2, J_3), (J_1, R_2), (J_1, R_3), (J_2, R_3)\}$*. Le système* $\texttt{PAF}^V_{ex1}$*, construit avec* $\succeq_{v1}$*, possède deux extensions préférées* $\{R_1, R_2, R_3\}$ *et* $\{J_1, J_2, J_3\}$*, similairement à* $\texttt{VAF}_{ex1}$*. De la même façon, la relation de préférence extraite du cadre de travail* $\texttt{VAF}_{ex2}$ *est décrite ainsi :* $\succeq_{v2} = \{(R_1, J_1), (J_2, R_2), (R_3, J_3), (R_3, J_1), (R_3, J_2), (J_3, R_2)\}$*. Le système* $\texttt{PAF}^V_{ex2}$*, construit avec* $\succeq_{v2}$*, possède seulement une extension préférée qui n'est autre que* $\{R_1, R_2, R_3\}$*, similairement à* $\texttt{VAF}_{ex2}$*.*

La relation $\succ_V$ possède les même propriétés que la relation Pref.

Propriété 2 *La relation* $\succ_V$ *est irreflexive, antisymmétrique et transitive.*

Au sens mathématique du terme toute assertion démontrée peut prendre le nom de théorème. Cependant, dans les ouvrages concernant des domaines spécialisés, il est d'usage de réserver ce terme aux affirmations considérées comme particulièrement intéressantes et/ou importantes ; ainsi, dans la proposition suivante VAF et $\texttt{PAF}^v$ sont énoncés comme équivalents.

Proposition 3 *Soit* $\langle \mathcal{A}, \mathcal{R}, \mathcal{V}, val, \texttt{Pref} \rangle$*, un* VAF*, et* $\succeq_V$ *une relation préférence extraite de* VAF *au sens de la définition 8.* $\texttt{PAF}^V = \langle \mathcal{A}, \texttt{Def}_V \rangle$ *est défini à partir de* $\succeq_V$ *et* $\mathcal{R}$ *selon la définition 4. Les deux systèmes* VAF *et* $\texttt{PAF}^V$ *sont donc équivalents.*

Construction de plusieurs famille d'équivalence de $\texttt{VAF}^P$ **à partir d'un** PAF **:.**

Famille bijective Un $\texttt{VAF}^P_b$ peut être intuitivement construit à partir d'un PAF, et ce en affectant à chaque argument une valeur différente, puis en respectant l'ordonnancement des valeurs, à l'image (bijective) de celui des arguments.

Définition 9 *Soit* $\texttt{PAF} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{R}, \succeq \rangle$ *un système d'argumentation à base de préférence. Un* $\texttt{VAF}^P_b$ *défini à partir d'un* PAF *est un tuple* $\langle \mathcal{A}^P, \mathcal{R}^P, \mathcal{V}_b, val_b, \texttt{Pref}^P_b \rangle$ *tel que :* $\mathcal{A}^P = \mathcal{A}$*,* $\mathcal{R}^P = \mathcal{R}$*,* $\mathcal{V}_b$ *est un ensemble de valeurs possédant la même cardinalité que* $\mathcal{A}^P$ *(*$|\mathcal{V}_b| = |\mathcal{A}^P|$*),* val_b *est une bijection de* $\mathcal{A}^P$ *dans* $\mathcal{V}_b$*, et* $\texttt{Pref}^P_b \subseteq \mathcal{V}_b \times \mathcal{V}_b$ *est défini par :* $\forall\, v_1, v_2 \in \mathcal{V}_b$*,* $(v_1, v_2) \in \texttt{Pref}^P_b$ *ssi (*$val_b^{-1}(v_1)$*,* $val_b^{-1}(v_2)$*)* $\in \succ$ *(*val_b^{-1} *dénote la fonction inverse de* val_b*).*

Ainsi, à partir du PAF présenté dans l'exemple 2, $\texttt{VAF}^P_b$ peut être construit en associant chaque argument $(R_1, J_1, \ldots)$ avec une valeur, par exemple son nom ("R_1", "J_1", ...), conservant la même préférence pour les noms comme pour les arguments sous-jacents.
La relation $\texttt{Pref}^P_b$ possède les même propriétés que la relation $\succ$.

Propriété 3 *La relation* $\texttt{Pref}^P_b$ *est irréflexive, antisymmétrique et transitive.*

Ainsi, dans la proposition suivante, $\texttt{PAF}^v$ et $\texttt{VAF}^P_b$ seront énoncés comme équivalents.

Proposition 4 *Soit* $\texttt{PAF} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{R}, \succeq \rangle$ *et* $\texttt{VAF}^P_b = \langle \mathcal{A}^P, \mathcal{R}^P, \mathcal{V}_b, val_b, \texttt{Pref}^P_b \rangle$. PAF *et* $\texttt{VAF}^P_b$ *issus de la définition 9 sont équivalents.*

Il peut être intéressant à ce stade de définir une relation entre valeurs présentes dans un ensemble d'arrivée $\mathcal{V}_b$ d'un système d'argumentation à base de valeur $\texttt{VAF}^P_b$ issu d'un système d'argumentation à base de préférences PAF. Cette relation appelée équivalence typologique, dénotée Et est défini comme suit :

Définition 10 *Soit deux valeurs* $v_i, v_j \in \mathcal{V}_b$ *et* Et *une relation d'équivalence typologique, (*v_i*,* v_j*)* $\in$ Et *ssi :*

- $\forall\, v_k \in \mathcal{V}_b$ *t.q. (*$val_b^{min-1}(v_k)$*,* $val_b^{min-1}(v_i)$*)* $\in \succ$ *alors (*$val_b^{min-1}(v_k)$*,* $val_b^{min-1}(v_j)$*)* $\in \succ$*,*

- *si* $\forall\, v_l \in \mathcal{V}_b$ *t.q.* $(val_b^{min-1}(v_i), val_b^{min-1}(v_l)) \in \succ$ *alors* $(val_b^{min-1}(v_j), val_b^{min-1}(v_l)) \in \succ$,

Les propriété suivante de cette relation peuvent être démontrées.

Propriété 4 *La relation* Et *est réflexive, symétrique et transitive.*

La relation Et définit donc une relation d'équivalence dans l'ensemble $\mathcal{V}_b$. On peut alors définir des classes d'équivalence sur l'ensemble $\mathcal{V}_b$ muni de la relation d'équivalence Et.

Définition 11 *La classe d'équivalence d'un élément v de* V_b *muni de la relation d'équivalence* Et*, notée* Et(v)*, est alors l'ensemble des images de v par* Et *:* $\texttt{Et}(v) = \{v' \in V_b \mid (v, v') \in \texttt{Et}\}$.

L'ensemble quotient permet de regrouper en un seul ensemble, les ensembles de valeurs situées dans la même classe d'équivalence.

Définition 12 *L'ensemble quotient de* V_b *par la relation d'équivalence* Et*, noté* $V_b/\texttt{Et}$*, est l'ensemble des classes d'équivalence de* V_b *suivant* Et *:* $V_b/\texttt{Et} = \{\texttt{Et}(v) \mid v \in \mathcal{V}_b\}$.

L'ensemble quotient est donc un nouvel ensemble construit à partir de V_b et de Et, et ce n'est autre qu'un sous-ensemble de l'ensemble des parties de V_b.

Famille surjective Une autre façon de représenter un PAF avec un $\texttt{VAF}_s^P$ peut être d'affecter une même valeur aux arguments qui sont indifférents entre eux visà vis de la relation de préférence $\succ$.

Définition 13 *Soit* $\texttt{PAF} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{R}, \succeq \rangle$ *un système d'argumentation à base de préférence. Un* $\texttt{VAF}_s^P$ *défini à partir d'un* PAF *est un tuple* $\langle \mathcal{A}^P, \mathcal{R}^P, \mathcal{V}_s, val_s, \texttt{Pref}_s^P \rangle$ *tel que :* $\mathcal{A}^P = \mathcal{A}$, $\mathcal{R}^P = \mathcal{R}$, $val_s \in Val_s$, Val_s *étant une famille de surjections,* V_s *est une famille d'ensemble d'arrivée (correspondantes aux surjections) possédant une cardinalité inférieure ou égale à celle de* $\mathcal{A}^P$ *:*
Enfin, $\texttt{Pref}_s^P \subseteq \mathcal{V}_s \times \mathcal{V}_s$ *est défini par :* $(v_1, v_2) \in \texttt{Pref}_s^P$ *ssi* $\exists\, a \in (val_s^{-1}(v_1)$ *et* $\exists\, b \in val_s^{-1}(v_2))$ *tel que* $(a, b) \in \succ$ *(*val_s^{-1} *dénote la fonction inverse de* val_s*, elle renvoit des ensembles d'arguments).*

La relation $\texttt{Pref}_s^P$ possède les même propriétés que la relation $\succ$.

Propriété 5 *La relation* $\texttt{Pref}_s^P$ *est irréflexive, antisymmétrique et transitive.*

Ainsi, dans la proposition suivante, $\texttt{PAF}^v$ et $\texttt{VAF}_s^P$ sont énoncés comme équivalents.

Proposition 5 *Soit* $\texttt{PAF} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{R}, \succeq \rangle$ *et* $\texttt{VAF}_s^P = \langle \mathcal{A}^P, \mathcal{R}^P, \mathcal{V}_s, val_s, \texttt{Pref}_s^P \rangle$ *issu de la définition 13.* PAF *et* $\texttt{VAF}_s^P$ *sont équivalents.*

On dénote val_s^{min} la surjection donnant le sous-ensemble d'arrivée $\mathcal{V}_s$ minimal (en terme d'inclusion ensembliste) appelé $\mathcal{V}_s^{min}$ pour lequel le $\texttt{VAF}_s^P$ tient dans la proposition 5 et $\texttt{VAF}_b^P$ tient dans la proposition 4 pour un même PAF.

Propriété 6 $|\mathcal{V}_s^{min}| = |V_b/\texttt{Et}|$

Famille injective Ce type de $\texttt{VAF}_i^P$ constitue une extension au VAF introduit par Bench-Capon, l'argument présent dans ce système pouvant promouvoir plusieurs valeurs. Ce nouveau cadre de travail en argumentation basé sur les valeurs est introduit dans [8], la fonction val y est remplacé par une fonction arg (de $\mathcal{V}$ dans $2^{|A|}$). Afin de garder une certaine cohérence dans la syntaxe de nos équivalences, la fonction injective arg sera remplacée dans la définition par la fonction injective val_i.

Définition 14 *Un cadre de travail en argumentation basé sur les valeurs dans lequel les arguments peuvent promouvoir plusieurs valeurs est une paire* $\texttt{MVAF} = \langle \mathcal{A}, \texttt{defeats} \rangle$ *où* $\mathcal{A}$ *est un ensemble d'arguments,* $\texttt{defeats} \subseteq \mathcal{A} \times \mathcal{A}$ *tel que* $(a, b) \in \texttt{defeats}$ *ssi* $(a, b) \in \mathcal{R}$ *et* $(b, a) \notin \texttt{Pref}(\texttt{val}_i(b), \texttt{val}_i(a))$*, avec* $\mathcal{V}_i$ *vu comme un ensemble de valeurs,* $\texttt{val}_i : \mathcal{A} \mapsto 2^{|\mathcal{V}_i|}$ *et* $\texttt{Pref} \subseteq 2^{|\mathcal{V}_i|} \times 2^{|\mathcal{V}_i|}$ *une relation stricte de préférence étant irréflexive, antisymmétrique et transitive.*

MVAF peut également être décrit par le tuple : $\langle \mathcal{A}, \mathcal{R}, \mathcal{V}, val_i, \texttt{Pref} \rangle$ et sera appelé par la suite $\texttt{VAF}_i$ de façon à garder une certaine cohérence dans la désignation contextuelle des modèles.

Définition 15 *Soit* $\texttt{PAF} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{R}, \succeq \rangle$ *un système d'argumentation à base de préférence. Un*

$\mathtt{VAF}_i^P$ *défini à partir d'un* PAF *est un tuple* $\langle \mathcal{A}^P, \mathcal{R}^P, \mathcal{V}_i, val_i, \mathtt{Pref}_i^P \rangle$ *tel que :* $\mathcal{A}^P = \mathcal{A}$, $\mathcal{R}^P = \mathcal{R}$, $\mathcal{V}_i$ *est un ensemble de valeurs possédant une cardinalité supérieure ou égale à celle de* $\mathcal{A}^P$, val_i *est une injection de* $\mathcal{A}^P$ *dans* $2^{|\mathcal{V}_i|}$ *tel que :*
$\mathtt{Pref}_i^P \subseteq 2^{|\mathcal{V}_i|} \times 2^{|\mathcal{V}_i|}$ *est défini par :* $(v_1, v_2) \in \mathtt{Pref}_i^P$ *ssi* $(val_i^{-1}(v_1), val_i^{-1}(v_2)) \in \succ$ *(*val_i^{-1} *dénote la fonction inverse de* val_i*).*

La relation $\mathtt{Pref}_i^P$ possède les même propriétés que la relation $\succ$.

Propriété 7 *La relation* $\mathtt{Pref}_i^P$ *est irréflexive, antisymmétrique et transitive.*

Ainsi, dans la proposition suivante, $\mathtt{PAF}^v$ et $\mathtt{VAF}_i^P$ ont été énoncés comme équivalents.

Proposition 6 *Soit* $\mathtt{PAF} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{R}, \succeq \rangle$ *et* $\mathtt{VAF}_i^P = \langle \mathcal{A}^P, \mathcal{R}^P, \mathcal{V}_i, val_i, \mathtt{Pref}_i^P \rangle$ *issu de la définition 15.* PAF *et* $\mathtt{VAF}_i^P$ *sont équivalents.*

val_i^{max} correspond à l'injection donnant le sous-ensemble d'arrivée $\mathcal{V}_i$ maximal (en terme d'inclusion ensembliste) appelé $\mathcal{V}_i^{max}$ pour lequel le $\mathtt{VAF}_i^P$ tient dans la proposition 7 et $\mathtt{VAF}_b^P$ tient dans la proposition 4 pour un même PAF.

Propriété 8 $|\mathcal{V}_i^{max}| = 2 \times |Pref_b|$

3.3 Comparaison entre PAF et CPAF

Un CPAF peut être vu comme une aggrégation de plusieurs PAFs ordonnés, en utilisant un opérateur d'aggrégation dénoté $\oplus$ et défini comme suit :

Définition 16 *Soit* $\{\mathtt{PAF}_1 = \langle \mathsf{Arg}, \mathcal{R}, \succeq_1 \rangle, ..., \mathtt{PAF}_n = \langle \mathsf{Arg}, \mathcal{R}, \succeq_n \rangle\}$ *un ensemble de cadres de travail en argumentation basés sur les préférences, totalement préordonné par la relation dénotée* r_{PAF}. $\oplus(\mathtt{PAF}_1, ..., \mathtt{PAF}_n)$ *est un* $\mathtt{CPAF} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{R}, \mathcal{C}, \rhd, \succeq_{c_1}, \cdots \succeq_{c_n} \rangle$ *tel que :*

- $\mathcal{C}$ *est un ensemble de* n *contextes, chaque* c_i *est associé avec* $\mathtt{PAF}_i$ *;*
- $\succ$ *est un préordre total sur* $\mathcal{C} \times \mathcal{C}$*, tel que* $(c_i, c_j) \in \succ$ *ssi* $(\mathtt{PAF}_i, \mathtt{PAF}_j) \in r_{PAF}$ *;*
- $\succeq_{c_i} = \succeq_i$.

Il est clair qu'au regard de cette définition, PAF peut être vu comme un cas particulier de CPAF avec $n = 1$. D'autre part, l'évaluation du CPAF est liée à une fonction d'aggrégation (voir la définition 7), laquelle induit une unique relation de défaite, qui mène à la computation d'un seul PAF. Un PAF peut aussi être obtenu par une aggrégation des relations de préférences contextuelles à partir d'un CPAF.

Définition 17 *Soit un* $\mathtt{CPAF} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{R}, \mathcal{C}, \rhd, \succeq_1, \cdots \succeq_n \rangle$*, un cadre de travail en argumentation basé sur des préférences aggrégées peut être défini comme suit :* $\mathtt{PAF}_{ag} = \langle \mathsf{Arg}, \mathcal{R}, \otimes(\succeq_1, \cdots \succeq_n) \rangle$.

A la suite de cette étude comparative, il ressort quelques aspects intéréssants, s'il paraît clair maintenant que plusieurs typologies de VAF peuvent représenter un seul PAF, un VAF lui ne peut être représenté qu'au travers d'un seul PAF [8]. Le PAF peut également être appréhendé comme un cas particulier du CPAF en terme d'équivalence, lequel ne permet cependant pas une expressivité aussi importante que certains modèles de valeurs en argumentation.

4 Vers un modèle unificateur des cadres de travail en argumentation intégrant des arguments et des préférences en contextes

La fin de ce papier est destinée à proposer un cadre permettant de conserver l'aspect générique des systèmes à base de préférences directes entre arguments tout en accentuant une certaine forme d'expressivité.

4.1 Un argument peut s'exprimer dans un ou plusieurs contextes

En permettant à un argument de pouvoir s'exprimer dans un ou plusieurs contextes, valeurs ou critères, les travaux précédemment énoncés pourront être intégrés dans un cadre de travail. Ce cadre commun et expressif pourra être utilisé notamment en situation de décision multicritère lors de futurs travaux.

Définition 18 *Un* cadre de travail en argumentation multi-contextuels basé sur les préférences *(*MCPAF*) peut être représenté par un* *tuple* $\langle \mathsf{Arg}_1, \ldots, \mathsf{Arg}_n, \mathcal{R}_1, \ldots, \mathcal{R}_n, c_1, \ldots, c_n, \succeq, \mathtt{Pref}_1, \ldots, \mathtt{Pref}_n \rangle$ *où :*

- $\mathcal{C} = c_1, \ldots, c_n$ *est un ensemble des contextes,*
- $\mathsf{Arg}_1, \ldots, \mathsf{Arg}_n$ *sont des ensembles d'arguments,* $\mathsf{Arg}_i \subseteq \mathsf{Arg}$ *(avec* $\mathsf{Arg} = \cup_{i \in [1,n]} \mathsf{Arg}_i$*) est l'ensemble des arguments s'exprimant dans un contexte* c_i*,*
- $\mathcal{R}_1, \ldots, \mathcal{R}_n$ *sont des relations binaires représentant une attaque,* $\mathcal{R}_i \subseteq \mathsf{Arg}_i \times \mathsf{Arg}$ *concerne l'attaque d'un argument s'exprimant dans un contexte* c_i *sur un autre argument,*
- $\succeq$ *est un préordre complet sur* $\mathcal{C} \times \mathcal{C}$*,*
- $\mathtt{Pref}_1, \ldots, \mathtt{Pref}_n$ *est un ensemble de préférences,* $\mathtt{Pref}_i \subseteq \mathsf{Arg}_i \times \mathsf{Arg}$ *est un préordre et concerne les préférences d'un argument s'exprimant dans un contexte* c_i *sur un autre argument.*

Un $\mathtt{MCPAF}$ est une paire $\langle \mathsf{Arg}, \mathtt{Def} \rangle$, où $\mathtt{Def}$ est définie comme suit : $\forall a, b \in \mathsf{Arg}$, $(a, b) \in \mathtt{Def}$ ssi $(a, b) \in \mathcal{R}$ (avec $\mathcal{R} = \cup_{i \in [1,n]} \mathcal{R}_i$ et $(b, a) \notin \otimes(\mathtt{Pref}_1, \ldots \mathtt{Pref}_n)$ où $\otimes$ est un aggrégateur de préférence.

Ce système permet de retranscrire qu'un argument peut s'exprimer dans un ou plusieurs contextes, de comparer deux arguments dans le même contexte ou un argument s'exprimant dans un contexte avec un argument s'exprimant dans un contexte différent (idem pour les attaques).

4.2 CPAF est un cas particulier de MCPAF

Le $\mathtt{MCPAF}$ est un système d'argumentation qui peut être entrevu comme un cas particulier du $\mathtt{CPAF}$, dans la définition suivante un $\mathtt{MCPAF}^C$ est un $\mathtt{MCPAF}$ construit à partir d'un $\mathtt{CPAF}$.

Définition 19 *Soit un* $\mathtt{CPAF}$ *tel que* $\mathtt{CPAF} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{R}, \mathcal{C}, \succ, \mathtt{Pref}_1, \ldots \mathtt{Pref}_n \rangle$*, un* $\mathtt{MCPAF}^C = \langle \mathcal{A}_1^C, \ldots, A_n^C, \mathcal{R}_1^C, \ldots, \mathcal{R}_n^C, \mathcal{C}^C, \succeq^C, \mathtt{Pref}_1^C, \ldots, \mathtt{Pref}_n^C \rangle$ *peut être défini tel que :*

$$\mathcal{A}_1^C = \cdots = A_n^C = \mathcal{A}$$
$$\mathcal{R}_1^C = \cdots = R_n^C = \mathcal{R}$$
$$\mathcal{C}^C = \mathcal{C}$$
$$\succeq^C = \succ$$
$$\mathtt{Pref}_i^C = \mathtt{Pref}_i$$

Ainsi, dans la proposition suivante, $\mathtt{MCPAF}^C$ et $\mathtt{CPAF}$ ont été énoncés comme équivalents.

Proposition 7 *Soit un* $\mathtt{CPAF}$ *tel que* $\mathtt{CPAF} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{R}, \mathcal{C}, \succ, \mathtt{Pref}_1, \ldots \mathtt{Pref}_n \rangle$ *et un* $\mathtt{MCPAF}^C = \langle \mathcal{A}_1^C, \ldots, A_n^C, \mathcal{R}_1^C, \ldots, \mathcal{R}_n^C, \mathcal{C}^C, \succeq^C, \mathtt{Pref}_1^C, \ldots, \mathtt{Pref}_n^C \rangle$ *issu de la définition 19,* $\mathtt{MCPAF}^C$ *et* $\mathtt{CPAF}$ *sont équivalents.*

4.3 Stratification contextuelle de l'ensemble des entités du MCPAF

L'ensemble des contextes du $\mathtt{MCPAF}$ étant muni d'un préordre complet, il existe des contextes indifférents. Il est rappelé ici brièvement et/ou de façon cartésienne, la relation d'indifférence dénotée $\mathtt{Ind}$ se définissant comme suit :

Définition 20 *Dans un* $\mathtt{MCPAF}$*, où* $\succeq$ *est un préordre complet sur* $\mathcal{C} \times \mathcal{C}$*,* $\forall c_i, c_j \in \mathcal{C}$*,* $(c_i, c_j) \in \mathtt{Ind}$ *ssi* $(c_i, c_j) \in \succeq$ *et* $(c_j, c_i) \in \succeq$*.*

Ainsi, il est possible de procéder à une stratification des contextes, faisant apparaître un nouvel ordonnancement strict et complet se basant sur les strates.

Définition 21 $\mathcal{C}^i \subseteq \mathcal{C}$ *est un ensemble de contextes indifférents définis sur une strate i :*

$T^0 = \mathcal{C}$

$\mathcal{C}^1 = T^0 \setminus \{c_i \text{ such that } \exists\, c_j \in T^0 \setminus c_i, (c_i, c_j) \in \succeq \text{ et } (c_j, c_i) \notin \mathtt{Ind}\}$

$T^{i-1} = \mathcal{C} \setminus \{ \bigcup_{k=1}^{k=i-1} \mathcal{C}^k \}$

$\mathcal{C}^i = T^{i-1} \setminus \{ c_i \text{ such that } \exists\, c_j \in T^{i-1} \setminus c_i, (c_i, c_j) \in \succeq \text{ et } (c_j, c_i) \notin \mathtt{Ind}\}$

A partir de cette définition, les éléments suivants peuvent être définis, il s'agit de construire des ensembles d'arguments correspondant à ces strates ainsi que des relations de préférences sur ces arguments.

Définition 22 $\mathsf{Arg}^i \subseteq \mathsf{Arg}$ *est l'ensemble des arguments s'exprimant dans un ensemble de contextes définis sur la strate i :*
$\mathsf{Arg}^i = \cup_{k \in [1,n]} \mathsf{Arg}_k$ *avec* $c_k \in \mathcal{C}^i$*.*

Arg^i est appelé ensemble des arguments qui s'expriment sur la strate i.

Définition 23 $\mathtt{Pref}^i \subseteq \mathsf{Arg}^i \times \mathsf{Arg}$ *est l'ensemble des préférences entre arguments s'exprimant sur la strate i et d'autres arguments :*
$\mathtt{Pref}^i = \bigcup \mathtt{Pref}_k$ *tel que* $k \in [1,n]$ *et* $c_k \in \mathcal{C}^i$*.*

$\texttt{Pref}^i$ est appelé strate i de préférences. Ci-dessous, il va être défini des ensembles de préférences en contradiction, et ce sur une même strate de préférence, un tel ensemble est dénoté $\texttt{PC}^k$ lorsqu'il est défini sur une strate k de préférence.

Définition 24 $\texttt{PC}^k \subseteq \mathsf{Arg} \times \mathsf{Arg}$ *est défini comme suit :* $\texttt{PC}^k = \{(a, b)$ *tel que* $(a, b) \in \texttt{Pref}_i$, $(b, a) \in \texttt{Pref}_j$ *et* $(c_i, c_j) \in \texttt{Ind}\}$

Il est donc possible de construire un aggrégateur de préférences pour le MCPAF lequel ommettra de rajouter les préférences en contradiction sur une même strate de préférences.

Définition 25 *Un aggrégateur de préférence pour le* MCPAF *peut être défini comme suit* $\otimes(\texttt{Pref}^1, \ldots \texttt{Pref}^n) = \Pi^n$ *:*

$\Pi^1 = \{(a, b) \in \texttt{Pref}^1$ *et* $(a, b) \notin \texttt{PC}^1\}$

$\Pi^{k+1} = \Pi^k \cup \{(a, b) \in \texttt{Pref}^{k+1}$ *et* $(b, a) \notin \texttt{PC}^{k+1} \cup \Pi^k\}$.

4.4 Exclusion des préférences contradictoires de même strate pour l'équivalence d'un CPAF à partir d'un MCPAF

Le définition suivante fait état du fait qu'un CPAF peut être extrait d'un cadre de travail en argumentation multi-contextuel basé sur les préférences et appelé MCPAF.

Définition 26 *Soit un* MCPAF $= \langle \mathsf{Arg}_1, \ldots, \mathsf{Arg}_n, \mathcal{R}_1, \ldots, \mathcal{R}_n, \mathcal{C}, \succeq, \texttt{Pref}_1, \ldots, \texttt{Pref}_n\rangle$, *et un* $\texttt{CPAF}^M$ *défini à partir d'un* MCPAF *comme un tuple* $\langle \mathsf{Arg}^M, \mathcal{R}^M, \mathcal{C}^M, \succ^M, \texttt{Pref}_1^M, \ldots, \texttt{Pref}_m^M\rangle$ *décrit tel que :*

$\mathsf{Arg}^M = \bigcup \mathsf{Arg}_i$,

$\mathcal{R}^M = \bigcup \mathcal{R}_i$,

$\mathcal{C}^M$ *est un ensemble d'ensemble de contextes tel que* $\mathcal{C}^M = \{\mathcal{C}^1, \ldots, \mathcal{C}^m\}$, *avec* $\mathcal{C}^i$ *l'ensemble des contextes définis sur la strate i à partir de l'ensemble* $\mathcal{C}$,

$\succ^M$ *est défini tel que si* $i < j$ *alors* $(\mathcal{C}^i, \mathcal{C}^j) \in \succ^M$,

$\texttt{Pref}_i^M = \texttt{Pref}^i \setminus \texttt{PC}^i$, *avec* $\texttt{Pref}^i$ *la strate i de préférences issue de l'ensemble* $\{\texttt{Pref}_1, \ldots, \texttt{Pref}_n\}$ *et* $\texttt{PC}^i$ *son sous ensemble de préférences contradictoires.*

Enfin, dans la proposition suivante, MCPAF et $\texttt{CPAF}^M$ sont énoncés comme équivalents.

Proposition 8 *Soit un* MCPAF $= \langle \mathsf{Arg}_1, \ldots, \mathsf{Arg}_n, \mathcal{R}_1, \ldots, \mathcal{R}_n, \mathcal{C}, \succeq, \texttt{Pref}_1, \ldots, \texttt{Pref}_n\rangle$ *et un* $\texttt{CPAF}^M = \langle \mathsf{Arg}^M, \mathcal{R}^M, \mathcal{C}^M, \succ^M, \texttt{Pref}_1^M, \ldots, \texttt{Pref}_m^M\rangle$ *issu de la définition 26.* $\texttt{CPAF}^M$ *et* MCPAF *sont équivalents.*

Il s'agit maintenant d'ajouter une indifférenciation entre deux contextes dans le contexte de l'exemple 1.

Exemple 7 (Example 1. cont.) *Dans le cadre d'un* MCPAF, *on propose les contextes suivants* c_1 = *Utilité,* c_2 = *Pertinence,* c_3 = *Originalité et* c_4 = *Inadéquation, le contexte* c_4 *privilégiant un inversement des préférences obtenues dans le critère* c_2 *(*$(R_2, J_2) \in \texttt{Pref}_4$*), avec un ordonnancement représenté comme ceci : Utilité* $\succeq$ *Pertinence* Ind *Inadéquation* $\succeq$ *Originalité. Les différents ensembles d'arguments sont équipés de quatre relations de préférence, respectivement denotées* $\succeq_U, \succeq_P, \succeq_O$ *et* $\succeq_I$. *Ces relations sont définis comme suit :* $\succeq_U = \{(R_1, J_1)\}$, $\succeq_P = \{(J_2, R_2)\}$, $\succeq_O = \{(R_3, J_3)\}$, $\succeq_I = \{(R_2, J_2)\}$. *La relation de préférence aggrégée est dans ce cas l'union des quatre relations avec une omission volontaire des préférences contradictoires* $\succeq_P$ *et* $\succeq_I$. *La représentation associé à ce cadre de travail équivalent au* CPAF *peut être obtenue ci-dessous par un tuple :* $\texttt{CPAF}^M = \langle \{ R_1, J_1, J_2, R_2, R_3, J_3 \}, \{ (R_1, J_1), (R_1, J_2), (R_1, J_3), (J_1, R_2), (J_1, R_3), (R_2, J_2), (R_2, J_3), (J_2, R_2), (J_2, R_3), (J_3, R_3)\}$, *{Utilité, Présentation/Inadéquation, Orignalité }, Utilité* $\succ$ *Pertinence/Inadéquation* $\succ$ *Orignalité,* $\texttt{Pref}_1 = (R_1, J_1)$, $\texttt{Pref}_2 = \emptyset$, $\texttt{Pref}_3 = (R_3, J_3) \rangle$.

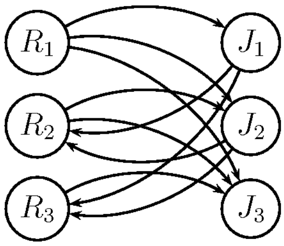
4.5 Expressivité du MCPAF utilisable dans les strates aggrégationelles

Il est possible de définir une strate de préférence i étendue dénotée $\texttt{Pref}_{ext}^i$ comme suit :

Définition 27 $\texttt{Pref}_{ext}^i = \texttt{Pref}^i \cup \{ (a, b)$ *tel que* $a \in \mathsf{Arg}^i$ *et* $b \notin \mathsf{Arg}^i\}$

Ainsi, cette nouvelle définition de la strate de préférence permet au MCPAF d'entrevoir de nouveaux résultats en sortie, de par cette nouvelle aggrégation et ses sémantiques d'extensions.

Exemple 8 (Example 7. cont.) *:*



Ce cadre travail possède donc potentiellement une seule extension admissible maximale, qui est $\{R_1, R_2, R_3\}$*. Il est donc clair que Rémi est préférré à Jean puisque cette extension contient seulement les arguments supportant Rémi.*

5 Conclusion

Ce papier soulève un problème et/ou une solution concernant la comparaison de trois extensions des cadres de travail en argumentation de Dung. De manière à mener une comparaison aussi bien syntaxique que sémantique de ces modèles, nous avons définis préalablement une notion de cadre de travail équivalent en argumentation. Ainsi, nous avons considéré deux cadres de travail comme équivalent si ceux-ci retournent exactement les même extensions sous une sémantique donnée (en l'occurence la sémantique d'admissibilité utilisée dans les preuves de cet article).
Il a donc été montré que ces cadres de travail peuvent être considérés comme équivalents et ce sous des conditions particulières. Un exemple trivial peut être le cas où tous les arguments d'un cadre de travail basé sur les préférences sont incomparables ou indifférents, le cadre de travail classique de Dung est ainsi retrouvé. L'étude a également montré qu'un cadre de travail en argumentation basé sur les préférences peut être construit à partir d'un cadre de travail en argumentation basé sur les valeurs et que ceux-ci seront équivalents, puis que plusieurs familles de cadres de travail en argumentation basés sur les valeurs peuvent également être considérées comme équivalentes au cadre de travail en argumentation basé sur les préférences.
Il a également été notifié qu'un cadre de travail en argumentation basé sur les préférences était un cas particulier du cadre de travail en argumentation basé sur les préférences contextuelles, mais qu'il restait tout de même moins expressif dans l'expression des contextes et/ou des valeurs liés à l'argument qu'un cadre de travail basé sur les valeurs par exemple.
Finalement, il a été proposé d'intégrer ces trois extensions de cadres de travail de type Dung dans un cadre commun au moins plus général et plus expressif dont les propriétés seront investiguées et son utilisation envisagée dans le cadre de la décision multi-critère cette fois-ci, lors de futurs travaux.

Références

[1] L. Amgoud and C. Cayrol. A reasoning model based on the production of acceptable arguments. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, 34 :197–216, 2002.

[2] L. Amgoud, S. Parsons, and L. Perrussel. An argumentation framework based on contextual preferences. In *Proceedings of the International Conference on Formal and Applied and Practical Reasoning (FA-PR'00)*, pages 59–67, 2000.

[3] L. Amgoud and H. Prade. Using arguments for making and explaining decisions. *Artif. Intell.*, 173(3-4) :413–436, 2009.

[4] T. J. M. Bench-Capon. Persuasion in practical argument using value-based argumentation frameworks. *Journal of Logic and Computation*, 13(3) :429–448, 2003.

[5] B. Bonet and H. Geffner. Arguing for decisions : A qualitative model of decision making. In *Proceedings of the 12th Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence (UAI'96)*, pages 98–105, 1996.

[6] P. M. Dung. On the acceptability of arguments and its fundamental role in nonmonotonic reasoning, logic programming and n-person games. *Artificial Intelligence Journal*, 77 :321–357, 1995.

[7] J. Fox and S. Das. *Safe and Sound. Artificial Intelligence in Hazardous Applications*. AAAI Press, The MIT Press, 2000.

[8] S. Kaci and L. van der Torre. Preference-based argumentation : Arguments supporting multiple values. *Int. J. Approx. Reasoning*, 48(3) :730–751, 2008.

[9] S. Kraus, K. Sycara, and A. Evenchik. Reaching agreements through argumentation : a logical model and implementation. 104 :1–69, 1998.

[10] K. Sycara. Persuasive argumentation in negotiation. *Theory and Decision*, 28 :203–242, 1990.